

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS APLICADAS E EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS

CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Sherliano Pessoa Evangelista

Utilização de materiais manipulativos no ensino de Poliedros: uma
sequência didática a partir da abordagem de um livro didático de
Matemática do 7º ano do Ensino Fundamental

RIO TINTO – PB
2017

Sherliano Pessoa Evangelista

Utilização de materiais manipulativos no ensino de Poliedros: uma
sequência didática a partir da abordagem de um livro didático de
Matemática do 7º ano do Ensino Fundamental

Trabalho Monográfico apresentado à
Coordenação do Curso de Licenciatura em
Matemática como requisito parcial para obtenção
do título de Licenciado em Matemática.

Orientadora: Prof.^a Dr.^a Cristiane Fernandes de
Souza.

RIO TINTO – PB
2017

E92u Evangelista, Sherliano Pessoa.

Utilização de materiais manipulativos no ensino de Poliedros: uma sequência didática a partir da abordagem de um livro didático de Matemática do 7º ano do Ensino Fundamental. / Sherliano Pessoa Evangelista. – Rio Tinto: [s.n.], 2017.
55 f. : il.-

Orientador (a): Profa. Dra. Cristiane Fernandes de Souza.
Monografia (Graduação) – UFPB/CCAE.

1. Geometria. 2. Poliedros. 3. Matemática - estudo e ensino.

UFPB/BS-CCAE

CDU: 514(043.2)

Sherliano Pessoa Evangelista

**Utilização de materiais manipulativos no ensino de Poliedros: uma
sequência didática a partir da abordagem de um livro didático de
Matemática do 7º ano do Ensino Fundamental**

Trabalho Monográfico apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática
como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientadora: Prof.^a Dr.^a Cristiane Fernandes de Souza.

Aprovado em: 30 / 05 / 2017

BANCA EXAMINADORA

Cristiane Fernandes de Souza
Prof.^a Dr.^a Cristiane Fernandes de Souza (Orientadora) – UFPB/DCX

Claudilene Gomes da Costa
Prof.^a Dr.^a Claudilene Gomes da Costa – UFPB/DCX

Alissa Mariane Garcia Grymuza
Prof.^a Ms. Alissá Mariane Garcia Grymuza – UFPB/DCX

Dedico este trabalho aos meus pais, Donato Jardim e Maria da Solidade, pelo amor incondicional, incentivo e por estarem sempre presentes em minha vida.

AGRADECIMENTOS

Agradeço em primeiro lugar a Deus, por ter me guiado nessa caminhada dando força quando mais precisava, pois sem Ele tenho a certeza que nada seria possível.

Aos meus pais Donato Jardim e Maria da Solidade pelo incentivo, que foram meu porto seguro durante toda essa trajetória, mesmo pelas dificuldades encontradas no cotidiano, eles nunca deixaram de depositar em mim toda força, determinação, carinho e incentivo para a realização de mais um sonho.

Às professoras Agnes Liliane e Claudilene Gomes por todo suporte dado durante toda a minha trajetória no Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (Pibid).

À minha orientadora, Cristiane Fernandes Souza pela paciência, compromisso e dedicação.

Às professoras Alissá Mariane Garcia Grymuza e Claudilene Gomes da Costa, por aceitarem o convite para participar da banca desse trabalho de conclusão de curso e pelas relevantes contribuições dadas a essa pesquisa.

Não posso deixar de agradecer a todos os professores que colaboraram imensamente com a minha formação profissional através de seus conhecimentos, incentivo e apoio, quero destacar aqui dois professores em especial, ao professor José Elias e ao professor Marcos André que sempre me ajudaram quando mais precisava.

Aos meus grandes amigos que fiz durante a minha trajetória no curso, Anderson Rodrigues, Pedro Junior e Sandra Maria que com as brincadeiras e conselhos ajudaram amenizar as dificuldades encontradas na minha caminhada.

Aos colegas de turma, Ana Paula Souto, Bruno Ribeiro, Danielle Apolinário, Elissandra Veigas, Josinaldo Avelino, Lindomar Propino, Livia Mônica, Suelâne Santos e Washington Quirino, pelos grupos de estudos e por compartilharem comigo momentos de alegrias, descontração e vitórias que conquistamos durante toda a nossa trajetória acadêmica.

Tentar e falhar é, pelo menos, aprender. Não chegar a tentar é sofrer a inestimável perda do que poderia ter sido.

Geraldo Eustáquio

RESUMO

O presente trabalho teve como objetivo propor uma sequência didática contemplando o conteúdo de Poliedros utilizando materiais manipulativos, em consonância com as abordagens presentes no livro didático de Matemática de Souza e Pataro (2015) do 7º ano do Ensino Fundamental. Na pesquisa verificamos as orientações dos documentos oficiais e estudos realizados na área de Educação Matemática para o ensino de Geometria. A pesquisa desenvolvida é de natureza exploratória e caracterizada por um estudo documental, pois buscou analisar as abordagens presentes no livro didático do 7º ano que é utilizado atualmente pelos professores de Matemática da rede municipal e estadual da cidade de Jacaraú – PB, a fim de compreender como o conteúdo de Poliedros vem sendo exposto nesse livro. A partir da análise realizada no livro didático, das sugestões apresentadas nos documentos oficiais e pesquisas para o ensino de Geometria, utilizamos para sequência didática os materiais concretos coerente com o conteúdo lecionado. A proposta apresentada na sequência didática buscou trabalhar os conteúdos de Prismas e Pirâmides utilizando poliedros confeccionados com canudos, além de embalagens de diferentes produtos nos formatos de prismas e pirâmides de forma a proporcionar aos alunos manusear, comparar, visualizar e estabelecer relações entre os elementos existentes nos Poliedros (polígonos das faces, número de vértices, faces e arestas) de forma a construir e consolidar os conceitos de Prisma e Pirâmide. A sequência didática oportuniza que os alunos possam construir seus próprios materiais concretos utilizando canudos na confecção de poliedros. Com esse trabalho pretendemos possibilitar que os professores percebam que eles podem potencializar as abordagens presentes nos livros didáticos para o ensino de Geometria em conjunto com materiais concretos contribuindo com o processo de aprendizagem dos conceitos geométricos.

Palavras-chave: Geometria. Ensino Fundamental. Poliedros. Livro didático. Materiais manipulativos.

ABSTRACT

This work had the goal of proposing a didactic sequence contemplating the content of Polyhedra using manipulative materials, in consonance with the approaches presented in Souza and Pataro's (2015) Mathematics book of 7th year of Elementary School. In the search we verified the orientations of official documents and studies realized in the Mathematic Education area for the teaching of Geometry. The research developed is of explanatory nature and characterized by a documental study, since it aimed to analyze the approaches presented in the didactic book of 7th year, which is accurately used by the Mathematics teachers in the municipal and state schools of the city of Jacaraú – PB, in order to understand how the content of Polyhedra has been exposed in this book. From the analysis carried out in the didactic book and from the suggestions presented in official documents and researches for the teaching of Geometry, we used for the didactic sequence the concrete materials that are coherent with the taught content. The proposal presented in the didactic sequence sought to work the content of Prisms and Pyramids using polyhedron made with straws, besides the packings of different products in the shape of prisms and pyramids in a way of providing the students the opportunity of handling, comparing, visualizing and establishing relations between the existent elements in Polyhedra (polygons of faces, number of vertices, faces and edges) in order to build and consolidate the concepts of Prism and Pyramid. The didactic sequence creates opportunities for the pupils to make their own concrete materials using straws in the making of polyhedra. With this work, we intend to enable the teachers to see that they can strengthen the approaches present in didactic books for the teaching of Geometry in conjunction with concrete materials contributing for the process of the learning of geometric concepts.

Keywords: Geometry. Elementary School. Polyhedra. Didactic book. Manipulative materials.

SUMÁRIO

1 CONSIDERAÇÕES GERAIS SOBRE A PESQUISA	11
1.1 Apresentação do Tema.....	12
1.2 Objetivos.....	15
1.2.1 Objetivo Geral.....	15
1.2.2 Objetivos específicos.....	15
1.3 Metodologia da Pesquisa.....	15
1.3.1 A sequência didática.....	16
 2 PRESSUPOSTOS TEÓRICOS	 19
2.1 Uma breve consideração sobre o ensino de Geometria no Brasil.....	20
2.1.1 O ensino de Geometria nos documentos oficiais	22
2.2 A presença da Geometria nos livros didáticos de Matemática	25
2.3 O uso de Materiais Concretos no ensino de Geometria	28
 3 ANÁLISE DO LIVRO DIDÁTICO E APRESENTAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA	 33
3.1 Análise do livro didático Vontade de saber Matemática – 7º ano	34
3.2 A sequência didática.....	44
 CONSIDERAÇÕES FINAIS	 52
 REFERÊNCIAS.....	 54

1 CONSIDERAÇÕES GERAIS SOBRE A PESQUISA

1.1 Apresentação do Tema

O ensino de Geometria há alguns anos vem sendo alvo de discussões na área da Educação Matemática, pois a cada dia vem crescendo as diferentes formas e meios de construir os conhecimentos geométricos em sala de aula. Apesar dos grandes avanços em pesquisas, metodologias e estudos nessa área, Guimarães e Santos (2013) destacam que a Geometria vem sendo esquecida na grade curricular das escolas, por ser abordada com metodologia tradicional que priorizem a memorização dos estudantes de fórmulas e conceitos, que pouco contribuem para o desenvolvimento do pensamento geométrico.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN dos anos iniciais do Ensino Fundamental de Matemática (BRASIL, 1997), abordam a importância de trabalhar os conceitos geométricos desde o primeiros anos de escolarização, através das implementações de metodologias de ensino que proporcionem as construções dos saberes geométricos, em diversos contextos e situações da vida dos alunos.

Com isso, torna-se plausível ensinar Geometria de forma que proporcionem aos alunos estabelecer as relações dos conceitos geométricos com o seu cotidiano, com o uso de materiais concretos e de situações problemas que possam fazer um elo entre as definições geométricas e a realidade de vida dos alunos, para que os alunos fiquem mais motivados nas aulas de Geometria. Esse tipo de intervenção em sala de aula “[...] possibilita ao aluno desenvolver um tipo de pensamento particular para compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive” (BRASIL, 1998, p. 122).

O ensino de Geometria tem grande relevância nos currículos de Matemática das escolas, mas o seu ensino tem pouco destaque e muitas vezes os conteúdos geométricos não são trabalhados em sala de aula, pelo professor, pois ele não está preparado em lecionar os conteúdos da área de Geometria com metodologias que favoreçam os saberes geométricos dos alunos, pois “[...] os cursos de formação inicial de professores tanto os de magistérios como os de licenciatura – continuam não dando conta de discutir com os futuros professores uma proposta mais eficiente para o ensino de geometria” (PIRES; CURI e CAMPOS; 2000, p. 14).

Ao observar aulas no Ensino Médio na disciplina de Estágio Supervisionado II, ao fazemos a intervenção pedagógica nos anos finais do Ensino Fundamental na disciplina de Estágio Supervisionado III no curso de Licenciatura em Matemática e ao tentarmos amenizar

as dúvidas dos alunos no projeto Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência¹ (Pibid), verificamos que as dificuldades que muitos alunos encontraram em compreenderem os conceitos geométricos vêm de algumas metodologias utilizadas nas aulas da disciplina de Matemática, com demonstrações pouco contextualizadas e metodologias de ensino pouco eficazes, que não desenvolvem o pensamento geométrico² dos estudantes por priorizarem apenas a memorização.

Segundo Fainguelernt e Nunes (2012, p. 114), “avaliações nacionais, entre elas SAEB e ENEM³, revelam que são grandes as dificuldades dos alunos do ensino médio em relação ao campo da geometria”, isso ocorre devido à precariedade do ensino de Matemática e às dificuldades que muitos alunos têm em resolverem questões que utilizem os saberes geométricos, pois o ensino de Geometria não tem um lugar de destaque nas aulas de Matemática, desde os primeiros anos do Ensino Fundamental.

Percebemos que essas dificuldades que os alunos têm nas compreensões dos saberes geométricos, principalmente na compreensão e visualização das figuras tridimensionais, vem da defasagem do ensino de Geometria que acontece nos anos iniciais de escolarização, pois os saberes geométricos considerados essenciais na Geometria Plana não são trabalhados de maneira que façam os alunos evoluírem para compreensões dos conceitos da Geometria Espacial.

Fainguelernt e Nunes (2012) relatam que a forma como a Geometria é trabalhada, muitas vezes contempla apenas as memorizações de fórmulas, fazendo com que os alunos não consigam visualizar nem representar as formas geométricas, tornando-se algo desconectado da realidade, por não atingir outras áreas do conhecimento nem outro ramo da própria matemática.

Para diminuir essas dificuldades e tornar o ensino de Geometria mais instigante para o aluno, acredita-se que a utilização de materiais concretos no ensino dos conceitos geométricos, podem fazer os alunos descobrirem seus próprios conhecimentos e serem protagonistas no processo de ensino e aprendizagem. O uso desses materiais no ensino de Geometria pode ainda favorecer a construção dos conhecimentos geométricos dos alunos,

¹ O Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência – Pibid é um programa que concede bolsas para estudantes dos cursos de licenciaturas com propósito de contribuir com a sua formação e melhorar a educação básica por meio das práticas pedagógicas realizadas pelos licenciandos nas escolas.

² Segundo Santos (2009), o pensamento geométrico é capacidade de compreender geometricamente o mundo a sua volta, através de elementos e situações da vida cotidiana.

³ O Sistema de Avaliação da Educação Básica – SAEB e o Exame Nacional do Ensino Médio – ENEM são instrumentos utilizados pelo governo federal para verificar o nível de habilidades dos estudantes em diferentes áreas do conhecimento para poder realizar um diagnóstico da educação brasileira.

através do manuseio e visualização das características dos elementos geométricos presentes nos modelos concretos, é o que reforçam Rêgo, Rêgo e Vieira (2012):

A manipulação de modelos concretos e de objetos que fazem parte do dia a dia do aluno auxiliará o processo de construção dos modelos mentais dos diversos elementos geométricos, por meio de identificação e generalização de propriedade e do reconhecimento de padrões, em uma estrutura formal (RÊGO; RÊGO; VIEIRA, 2012, p.14).

Nesse ponto de vista, a utilização de materiais concretos como metodologia de ensino pode favorecer a construção dos conhecimentos geométricos dos alunos, por meio da visualização e manipulação dos objetos tridimensionais, além do mais, com o manuseio dos materiais concretos eles ficam estimulados no processo de aquisição dos conhecimentos geométricos. “Com a ajuda desses materiais, podem ser desenvolvidas e discutidas atividades matemáticas que poderão levar à construção de conceitos, pelo significado que os estudantes atribuirão às suas ações” (GOVERNO DO ESTADO DA PARAÍBA, 2010 p. 85).

Além dos materiais concretos, o uso consciente do livro didático favorece as compreensões dos saberes geométricos, mas os capítulos dedicados aos conteúdos de Geometria na maioria das vezes não são trabalhados pelo professor de maneira satisfatória em sala de aula. Percebemos ainda, que o livro didático muitas vezes torna-se a única referência para o professor na condução da sua aula. Ao analisar as pesquisas para o ensino de Geometria observamos as potencialidades que os materiais manipulativos trazem para o seu ensino, observamos que é comum encontrar no ensino de Geometria a dissociação das abordagens do livro didático com o uso dos materiais manipulativos.

Este Trabalho de Conclusão de Curso – TCC pretende promover a construção do conhecimento geométrico dos alunos, através de sugestões de atividades ao professor da disciplina de Matemática com uso de materiais manipulativos, utilizando sequência didática para explorar o conceito de Prismas e Pirâmides a partir das abordagens do livro didático de Matemática do 7º ano.

Diante disso, lançamos uma pergunta que permeia essa pesquisa: Como inserir os materiais manipulativos no ensino dos conceitos de Prismas e Pirâmides, por meio de sequência didática que contemple as abordagens do livro didático da disciplina de Matemática do 7º ano?

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo Geral

Apresentar uma proposta de sequência didática que utilize materiais manipulativos, a partir do que está sendo proposto em um livro didático de Matemática do 7º ano do Ensino Fundamental no ensino de Prismas e Pirâmides.

1.2.2 Objetivos específicos

- Verificar as propostas apresentadas nos documentos oficiais e nas pesquisas sobre o Ensino de Geometria.
- Analisar as abordagens presentes em um livro didático de Matemática do 7º do Ensino Fundamental no conteúdo de Prismas e Pirâmides.
- Propor uma sequência didática que complemente as abordagens de um livro didático no ensino de Prismas e Pirâmides, com a utilização de materiais manipulativos.

1.3 Metodologia da Pesquisa

A pesquisa aqui apresentada pode ser classificada como exploratória, de acordo com Gil (2008, p. 27), “as pesquisas exploratórias têm como principal finalidade desenvolver, esclarecer e modificar conceitos e idéias”, e possibilita “[...] obter informações ou dados mais esclarecedores e consistentes [...]” (FIORENTINI; LORENZATO, 2006, p. 70).

Foi utilizado um livro didático como objeto de estudo em nossa pesquisa, isso define que o método utilizado em nossa pesquisa foi o estudo documental, pois “[...] a pesquisa documental vale-se de materiais que não receberam ainda um tratamento analítico, ou que ainda podem ser reelaborados de acordo com os objetivos da pesquisa”’. (GIL, 2008, p. 51)

O nosso propósito é apresentar uma sequência didática a partir do que propõe o livro didático, com a utilização de materiais manipulativos, para isso dividimos a pesquisa em quatro fases: na primeira, foram analisadas orientações para o ensino de Geometria presentes nos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1998) e nos Referencias Curriculares do Ensino Fundamental da Paraíba – RCEF/PB (GOVERNO DO ESTADO DA PARAÍBA, 2010) para serem usados na sequência didática; na segunda fase realizamos uma análise de como os conteúdos de Prismas e Pirâmides são apresentados no livro didático; na

terceira fase por meio da análise das orientações presentes nos documentos oficiais e do livro didático, foi verificado quais são os tipos de materiais concretos mais adequados a serem utilizados em sala de aula, para trabalhar os conceitos de prismas e pirâmides; e, na quarta e última fase, foi construída a sequência didática para possibilitar aos alunos a construção e consolidação dos conceitos de prismas e pirâmides.

O livro didático utilizado em nossa pesquisa foi do 7º ano da disciplina de Matemática da coleção Vontade de Saber Matemática, dos autores Joamir Souza e Patrícia Moreno Pataro (2015). Decidimos escolher esse livro por ele ser adotado nas redes municipal e estadual de educação da cidade de Jacaraú-PB.

1.3.1 A sequência didática

A sequência didática produzida na pesquisa tem como propósito construir e consolidar as aprendizagens dos alunos acerca dos conhecimentos geométricos utilizando materiais manipulativos que podem despertar o interesse e a curiosidade dos alunos no ensino de Prismas e Pirâmides, para isso foi utilizado as abordagens do livro didático em conjunto com as orientações contidas nos documentos oficiais e nas pesquisas da área de Educação Matemática para o ensino de Geometria.

Além disso, foram utilizados em nossa pesquisa seis kits de poliedros confeccionados com canudos de plástico e barbante, cada kit construído contém treze poliedros: um cubo, um paralelepípedo reto, um paralelepípedo oblíquo, um prisma reto de base hexagonal, um prisma reto de base triangular, um prisma oblíquo de base triangular, um prisma oblíquo de base retangular, um prisma reto de base eneagonal, um prisma reto de base octogonal, uma pirâmide reta de base triangular, uma pirâmide reta de base quadrada, uma pirâmide reta de base hexagonal e uma pirâmide oblíqua de base quadrada, todos construídos pelo autor dessa pesquisa. Ainda, foi utilizado como recurso da sequência didática canudos e barbantes para os alunos construírem alguns poliedros e embalagens de papelão nos formatos de prismas e pirâmides utilizadas pelas indústrias no armazenamento de produtos (creme dental, sabonete, chocolate, entre outros) para poder planificar. Escolhemos esses materiais por eles serem de baixo custo e de fácil acesso para serem usados na sequência didática.

A sequência didática foi elaborada em cinco etapas durante 08 aulas (45 minutos cada aula) com a intenção de estabelecer relações entre os conceitos geométricos e os materiais manipulativos, pois a “passagem do físico, perceptível e palpável, para o abstrato, é um dos

objetivos centrais do ensino e da aprendizagem da geometria [...]’ (LIMA; CARVALHO, 2010, p. 139).

Na primeira etapa da sequência didática, almejou-se aproximar e envolver os alunos no processo de aprendizagem do conceito de Poliedros, para isso a sequência didática recomenda que os alunos sejam divididos em seis grupos, em seguida foi pedido para eles visualizarem as figuras presentes no livro didático, para que a partir dessas observações eles possam confeccionar os poliedros utilizando canudos e barbante, após a confecção dos poliedros foram realizadas algumas perguntas acerca das características das construções realizadas com canudos pelos alunos com propósito deles compreenderem e identificarem os elementos (faces, vértices, e arestas), presentes nesses poliedros.

Na segunda etapa iniciamos formalizando o conceito de Poliedro, para isso foi pedido para que os alunos observarem as características presentes nos poliedros confeccionados com canudos e acompanhar oralmente a definição de Poliedros, em seguida foi pedido que os alunos identifiquem objetos e embalagens presentes na vida cotidiana que têm os formatos de Poliedros, na sequência foi explorado os conceitos de Prisma e Pirâmide através de algumas perguntas realizadas com objetivo dos alunos refletirem sobre as suas características, para auxiliar os alunos responderem essas perguntas foram utilizados como recurso os poliedros confeccionados com canudos, essa fase ocorreu da seguinte forma: à medida que as perguntas foram lançadas a referida sequência didática propõe-se que os alunos observem e identifiquem as características da pergunta mencionada nos prismas e pirâmides confeccionados com canudos, para complementar essa abordagem foi formalizado oralmente os conceitos de Prisma e Pirâmide.

Na terceira etapa os alunos refletiram sobre as formas de alguns poliedros e os elementos contidos neles, para isso foram disponibilizadas embalagens de produtos diversos (sabonete, creme dental, chocolate entre outras) para os alunos visualizarem e associarem com os poliedros confeccionados com canudos, para eles poderem verificar quais são as embalagens semelhantes com os poliedros construídos com canudos, depois dessa associação foi pedido para os alunos planificar as embalagens e identificando os seus elementos (polígonos que constituem as faces, vértices, faces e arestas) presentes nessa planificação, na sequência foi perguntado aos alunos que tipos de embalagens são mais utilizadas pelas indústrias, complementamos essa abordagem pedindo aos alunos observarem um prisma e uma pirâmide planificada no livro didático.

Na quarta etapa os alunos foram divididos em seis grupos e foram disponibilizados a eles os kits de poliedros confeccionados com canudos, para eles analisarem e identificarem as

características dos prismas retos e oblíquos e das pirâmides retas e oblíquas. Depois da exploração dos elementos dos prismas e pirâmides retos e oblíquos foi pedido para os alunos visualizarem e analisarem as figuras do prisma e pirâmide retos e oblíquos presentes no livro didático e socializar as suas observações para toda turma. Na sequência foi realizado exercício do livro didático para os alunos responderem utilizando os poliedros dos kits de poliedros confeccionados como recurso para auxiliar na visualização dos vértices, faces e arestas dos Poliedros.

Na quinta e última etapa foram construídos a relação existente entre os números de vértices, faces e arestas dos Poliedros por meio da relação de *Euler*, para isso foi pedido para os alunos observarem e manipularem alguns poliedros dos kits de poliedros confeccionados com canudos tendo como objetivo possibilitar a contagem das quantidades de vértices, faces e arestas e obterem a relação entre esses elementos. A sequência didática encerra consolidando a aprendizagem dos alunos acerca do conteúdo estudado no decorrer da sequência didática com a realização de um exercício presente no livro didático que possibilita os alunos identificarem e contarem os vértices, faces e arestas de uma pirâmide de base hexagonal, um prisma de base octogonal, uma pirâmide de base pentagonal e um prisma de base eneagonal, para auxiliar os alunos nessa contagem iremos disponibilizar esses poliedros dos kits de poliedros confeccionados com canudos.

2 PRESSUPOSTOS TEÓRICOS

2.1 Uma breve consideração sobre o ensino de Geometria no Brasil

Ao longo do tempo, o ensino da Geometria na educação básica não tem um lugar de destaque, pois alguns professores desconhecem a importância de inserir a Geometria nas aulas de Matemática e quando os conteúdos de Geometria são inseridos, são de formas inadequadas, por meio de aulas fundamentadas no ato de decorar fórmulas, desprezando a beleza que está por trás das formas geométricas. Desde muito tempo que o ensino de Geometria vem sendo esquecido nas aulas de Matemática, por exemplo, na década de 1990 a pesquisadora Pavanelo (1993) afirmou que o abandono do ensino de Geometria é um fato mundial e que foi menosprezado durante séculos como área do conhecimento que não contribui para formação humana.

Ao analisar os estudos que relatam como a Geometria vinha expressa nas metodologias e currículos no Brasil no decorrer do tempo, percebemos que três períodos distintos marcaram o ensino de Geometria: o primeiro deles foi entre 1955 a 1965, em que era enfatizado os conteúdos de Geometria básicos, por meio do ato de memorização dos conceitos de “nomenclaturas de linhas (curvas, reta mista, quebradas, pontilhada) e figuras, cálculos de perímetros, áreas e volumes.” (PIRES; CURI; CAMPOS, 2000, p. 20).

O período seguinte ocorreu nas décadas de 1960 e 1970, Pires, Curi e Campos (2000) e Rêgo e Rêgo (2006), relatam que nesse período o ensino de Geometria foi marcado pelas influências do Movimento da Matemática Moderna – MMM⁴, os aspectos algébricos destacaram-se mais do que os geométricos, desde os cursos de formação de professores, até os conhecimentos matemáticos trabalhados nas escolas e universidades, aspectos esses que influenciam até os dias atuais, é o que reforçam Pires, Curi e Campos (2000):

[...] grande parte dos professores que hoje estão em atividade receberam uma formação muito precária em Geometria devido, entre outras coisas, à própria influência que o movimento Matemática Moderna desempenhou em nossos currículos nas décadas de 60/70 colocando ênfase demasiada nos aspectos algébricos e descuidando de outros, como os geométricos (PIRES; CURI e CAMPOS, 2000, p.14).

O terceiro período ocorreu a partir de 1976, nesse período o ensino de Geometria foi repensando com metodologias de ensino que passou desenvolver os aspectos que contribuem para os desenvolvimentos geométricos dos alunos, por meio do uso de materiais

⁴ Segundo Miranda (2008), o Movimento da Matemática Moderna – MMM ocorreu entre as décadas 1960 e o início da década de 1970, tinha como objetivo mudar o currículo do ensino de Matemática padronizando o seu ensino, esse período também é caracterizado pelo declínio do ensino da Geometria.

manipulativos e de currículos que igualavam a importância da Geometria com outras áreas da própria Matemática, como a Álgebra e Aritmética, ainda nesse período os pesquisadores começaram a desenvolver as orientações para o seu ensino (PIRES; CURI e CAMPOS, 2000).

Observamos, a partir desse breve levantamento histórico, que a precariedade encontrada no ensino de Geometria no panorama atual, vem de algumas heranças que herdamos dos nossos antepassados no decorrer do tempo, pois mesmo com muitas orientações curriculares e diversas metodologias que desperte interesse e motivação nos alunos, percebemos que a Geometria ainda é lecionada em sala de aula como metodologia que não desenvolve o pensamento geométrico dos alunos, por meio de memorização de fórmulas e conceitos, isso muitas vezes é justificado pelo fato de alguns professores não terem vistos os conteúdos da área de Geometria durante a sua formação inicial, por isso eles não sabem como transmitir os conhecimentos de uma área que eles próprios não dominam ou desconhecem, com metodologias eficientes para o seu ensino. É o que afirma Lorenzato (1995):

Considerando que o professor que não conhece Geometria também não conhece o poder, a beleza e a importância que ela possui para a formação do futuro cidadão, então, tudo indica que, para esses professores, o dilema é tentar ensinar Geometria sem conhecê-la ou então não ensiná-la. (LORENZATO, 1995, p. 03).

Outro fator encontrado no declínio do ensino de Geometria está presente nas metodologias de ensino que alguns professores de Matemática priorizam os conteúdos algébricos e aritméticos durante o ano letivo e esquecem a área de Geometria que é uma área riquíssima a ser abordada em sala de aula, nesse raciocínio a pesquisadora Pavanelo (1993) aponta, que colocar apenas a Álgebra em lugar de destaque no ensino de Matemática, pode fazer com que os alunos não desenvolvam habilidades consideradas essenciais nas resoluções de problemas matemáticos, para uma formação que contemplem saberes elementares na área de Geometria.

A falta de reflexão do professor do contexto que o aluno está inserido é uma outra dificuldade que notamos no ensino da Geometria nos dias atuais, à medida que a não valorização desse contexto acarreta sério problema nas aulas de Geometria, pois não desenvolve o pensamento geométrico dos alunos e não possibilita a compreensão de que os conceitos da área de Geometria estão presentes no seu cotidiano.

Apesar de algumas pesquisas em relação ao ensino de Geometria revelarem que o uso de materiais concretos e situações-problema contextualizadas com o cotidiano dos alunos

despertem os interesses e a curiosidades deles, as reais situações do ensino de Geometria na atualidade são outras, existem professores que não exploram a percepção geométrica dos alunos, tendo como consequências os alunos terem uma série de dificuldades na compreensão dos conceitos geométricos.

Percebemos que as dificuldades que os alunos apresentam durante o ano letivo nos conteúdos de Geometria, acontecem por eles não se sentirem motivados no processo de ensino e por não terem uma prática que permeia um ensino de Geometria inovador, que contemple a conjectura do panorama do ensino atual dos conceitos matemáticos. A consequência desse ensino faz com que os alunos cheguem ao Ensino Médio sem saber os conceitos básicos de Geometria, por não terem visto os conteúdos de Geometria de forma satisfatória no Ensino Fundamental.

2.1.1 O ensino de Geometria nos documentos oficiais

O professor ganhou um suporte didático a mais nas últimas décadas com a publicação de documentos que orientam a sua prática docente no ensino de Geometria, para Toledo e Toledo (2009, p. 213) “no Brasil, a partir da década de 1980, vemos recomendações feitas pela Secretaria de Educação da maioria dos estados com intuito de valorizar o trabalho com Geometria desde os anos iniciais de escolarização [...]”. Recomendações essas que permeiam todo o trabalho educativo, desde a escolha do melhor material didático a ser utilizado na condução das aulas até na organização e implementações das aulas e de projetos pedagógicos.

Com a publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN da disciplina de Matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental em 1997, as orientações para o ensino de Poliedros e da área da Geometria como um todo, passou a valorizar a exploração de elementos da natureza e de objetos diversos.

Isso é o que salienta os PCN de Matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental (BRASIL, 1997):

Uma das possibilidades mais fascinantes do ensino de Geometria consiste em levar o aluno a perceber e valorizar sua presença em elementos da natureza e em criações do homem. Isso pode ocorrer por meio de atividades em que ele possa explorar formas como as de flores, elementos marinhos, casa de abelha, teia de aranha, ou formas em obras de arte, esculturas, pinturas, arquitetura, ou ainda em desenhos feitos em tecidos, vasos, papéis decorativos, mosaicos, pisos, etc. (BRASIL, 1997, p. 82-83).

Em relação ao ensino de Poliedros esse documento recomenda que os professores a partir do Ensino Fundamental abordem em sala de aula as diferenças e semelhanças entre os prismas e pirâmides e a identificação de seus elementos (vértices, faces e arestas), além de trabalhar a composição e decomposição de figuras, a planificação de alguns Poliedros e a identificação dos polígonos nas faces dos Poliedros.

Um ano depois da publicação dos PCN (BRASIL, 1997) para os anos iniciais do Ensino Fundamental, o professor ganhou mais um aliado no processo de ensino da Geometria, e da Matemática como um todo, com a publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para os anos finais do Ensino Fundamental (BRASIL, 1998). As orientações expostas nesse documento salienta que o ensino de Geometria deve ser trabalhado interligado com a realidade de vida dos alunos, utilizando formas geométricas que estão presentes em seu cotidiano que possam ser utilizadas na prática pedagógica e de elementos diversos e contextos que vão além da própria Matemática, pois os PCN de Matemática para os anos finais do Ensino Fundamental afirmam que:

É fundamental que os estudos do espaço e forma sejam explorados a partir de objetos do mundo físico, de obras de arte, pinturas, desenhos, esculturas e artesanato, de modo que permita ao aluno estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento. (BRASIL, 1998, p. 51).

Desta forma, a utilização de materiais diversos e de elementos que estão presentes na natureza proporcionam aos alunos a exploração dos conceitos geométricos e pode desenvolver a percepção estética e geométrica do aluno. Os PCN (BRASIL, 1998) de Matemática afirmam que o professor tem que trabalhar em sala de aula as diferentes formas de exploração dos conteúdos ligados à Geometria, juntamente com situações problemas contextualizadas, para que possa explorar a Geometria em diferentes formas, contextos e com outras áreas da própria Matemática, como por exemplo, números e medidas.

Os PCN (BRASIL, 1998) salientam ainda que quando o professor traz os elementos geométricos que estão presentes nos componentes da natureza, nos objetos de formatos diversos, nas embalagens utilizadas pelas indústrias, nas artes, para explorar os conceitos geométricos em sala de aula, as aulas de Geometria podem torna-se mais interessantes e prazerosas, com isso os alunos irão perceber que os conhecimentos geométricos estão contidos nas diversas situações do seu cotidiano. Além disso, os estudantes irão perceber a importância dos estudos dos elementos geométricos para poderem compreender o mundo a sua volta, por meio das abordagens em sala de aula.

São em objetos ou situações do dia a dia como essas que o professor pode também trabalhar o conteúdo de Poliedros em sala de aula, os PCN (BRASIL, 1998) recomenda que o professor trabalhe o conteúdo de Poliedros por meio a exploração dos elementos geométricos através das planificações de embalagens que possibilitem os alunos compreender os diferentes tipos de planificações, além disso para o ensino de Poliedros esse documento orienta que os professores possam trabalhar as relações existente entre seus elementos (vértices, faces e arestas) e as suas características para que possibilite os alunos classificar os poliedros das demais figuras geométricas e as relações existentes entre seus elementos (vértices, faces e arestas) .

No ano de 2000 foi a vez da última etapa da educação básica ganhar um direcionamento especial com a publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio – PCNEM (BRASIL, 2000), um documento voltado para as práticas educacionais do Ensino Médio, que tem como objetivo relacionar os conhecimentos da Base Nacional Comum – BNC com as disciplinas presentes no currículo do Ensino Médio. As recomendações para o ensino de Matemática são que os conhecimentos matemáticos sejam aprofundados nessa última etapa da educação básica com valores éticos e morais, preparando os alunos para o exercício da cidadania. As propostas para o ensino de Geometria contida nesse documento orienta o professor desenvolver mecanismos, para que o alunado compreenda e represente as diversas formas geométricas encontradas em sua vida, por meio da exploração e visualização. As abordagens existentes nesse documento foram complementadas no ano de 2002, com a publicação das Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN+ (BRASIL, 2002).

As Orientações Curriculares para o Ensino Médio – OCEM (BRASIL, 2006) foram criadas com propósitos de melhorar o Ensino Médio, por meio dos novos paradigmas encontrados no meio educativo, com objetivo de garantir uma educação de qualidade. As orientações para o ensino de Matemática presentes nesse documento enfatizam que a Geometria é uma área do conhecimento essencial para resolver situações problemas encontradas no dia a dia, pois nas OCEM (BRASIL, 2006):

O estudo da Geometria deve possibilitar aos alunos o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas práticos do cotidiano, como, por exemplo, orientar-se no espaço, ler mapas, estimar e comparar distâncias percorridas, reconhecer propriedades de formas geométricas básicas, saber usar diferentes unidades de medida. (BRASIL, 2006, p. 75).

Dessa forma, ao trabalhar a Geometria em sala de aula, o professor deve explorar os conceitos geométricos que estão por trás das diversas manifestações presentes no cotidiano dos alunos, como recurso primordial na condução das suas aulas, para que os alunos possam desenvolver o seu pensamento geométrico, pois “[...] se esse trabalho for feito a partir da exploração dos objetos do mundo físico, de obras de arte, pinturas, desenhos, esculturas e artesanato, ele permitirá ao aluno estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento” (BRASIL, 1997, p. 39).

Assim, como nos PCN (BRASIL, 1997, 1998) para o ensino de Matemática o Referenciais Curriculares do Ensino Fundamental do Estado da Paraíba – RCEF/PB (GOVERNO DO ESTADO DA PARAÍBA, 2010) publicado no ano de 2010, ressaltam também que os elementos que estão presentes na Geometria são muito importantes para a Matemática, pois através deles que os alunos constroem os conhecimentos que ajudam compreender o mundo a sua volta de forma clara e objetiva.

Esses documentos ajudam e orientam o professor na condução da sua aula e podem tornar uma aprendizagem significativa para os alunos, para que isso aconteça é necessário no ensino de Geometria o professor levar em consideração os pontos norteadores presentes nesses documentos em conjunto com o contexto que os educandos estão inseridos. Além disso, a área de Geometria disponibiliza inúmeras maneiras para ser trabalhada em sala de aula, com recursos físicos que despertem motivação e fascínio dos educandos.

Para o conteúdo de Poliedros esse documento orienta aos professores usarem em sua prática pedagógica materiais que os alunos possam manusear e visualizar, para auxiliar eles na identificação das características e elementos (vértices, faces, arestas e polígonos das faces) presentes nos Poliedros.

2.2 A presença da Geometria nos livros didáticos de Matemática

O livro didático complementa as abordagens do conteúdo visto em sala de aula, sendo um instrumento que o professor pode usar para “[...] favorecer a aquisição, pelo aluno, dos conteúdos que compõem a matemática escolar” (CARVALHO; LIMA, 2010, p.19). Para isso, é importante que as abordagens do “livro didático de matemática devem ser claras e compreensíveis, colocadas numa linguagem interessante que estimule o pensamento do aluno [...]” (DANTE, 1996, p. 85).

O livro didático deveria ser usado como recurso importante na condução das aulas de Matemática e serve como orientação para o professor na sua prática docente. É o que aponta Frison *et al* (2009):

Ao analisar qual a importância atribuída ao livro didático pelos professores na preparação e desenvolvimento de suas aulas e quais suas contribuições na formação dos estudantes percebe-se que ele se constitui em um dos materiais didáticos e, como tal, passa a ser um recurso facilitador da aprendizagem e instrumento de apoio à prática pedagógica [...]. (FRISON *et al.*, 2009, p. 04).

Além disso, os livros didáticos passam a ser um recurso importante para os alunos acompanharem as aulas de Matemática, pois eles são acessíveis também para os estudantes, porque os livros didáticos muitas vezes tornam “[...] as únicas obras que eles têm em suas casas. Se quisermos formar cidadãos que dominem a leitura de textos de vários tipos, é bem oportuno começar essa formação recorrendo-se aos livros didáticos” (CARVALHO; LIMA, 2010, p. 28).

Escolher o melhor material a ser usado ao lecionar Matemática, faz grande diferença no processo de ensino e aprendizagem dos conceitos matemáticos, por isso é essencial que o livro didático desperte interesse nos alunos, pois quando bem utilizado ele pode potencializar o processo de ensino e aprendizagem dos conceitos matemáticos, por meio das descobertas e reflexões que os alunos podem adquirir no estudo da Matemática (CARVALHO; LIMA, 2010).

Medidas rigorosas são tomadas para escolher o livro didático a ser utilizado no ensino de Matemática e das demais disciplinas, a partir das exigências presentes do Plano Nacional do Livro Didático – PNLD⁵, vários profissionais são envolvidos nessa escolha, entre eles professores com grande experiência no processo educativo (TURÍBIO, 2015).

Para que exista uma boa escolha do livro didático a ser utilizado no ensino de Matemática, Carvalho e Lima (2010) relatam que o PNLD torna-se um auxílio importante para o professor na escolha de um material coerente com as propostas pedagógicas da escola, possibilitando o professor optar por um livro que adequado aos níveis de aprendizagem dos alunos, além disso ao escolher um livro didático temos que verificar se ele apresenta os conteúdos de maneira clara e que possibilite a construção do conhecimento matemático fazendo uso de abordagem que remeta o cotidiano dos alunos, exercícios que sejam

⁵ Segundo o Ministério da Educação – MEC o Programa Nacional do Livro Didático – PNLD tem a finalidade de permear à prática pedagógica do professor, buscando garantir a qualidade das produções didáticas a serem utilizadas na educação básica e na distribuição dos livros didáticos para os alunos.

adequados com o conteúdo abordado e abordagens que tenham coerência com os objetivos estabelecidos pelo professor.

Em relação ao conteúdo da área de Geometria nos livros didáticos percebemos que ele sofreu diversas transformações no decorrer do tempo, podemos destacar um momento marcante nas mudanças existentes nos conteúdos de Geometria expostas nos livros didáticos de Matemática, que foi o Movimento da Matemática Moderna – MMM, pois as propostas curriculares para o ensino de Geometria e as metodologias presentes durante esse período influenciaram “tanto as práticas pedagógicas quanto a produção didática [...]” (ALVES, 2016, p. 11).

Segundo Matos e Silva (2011), antes do MMM as propostas curriculares para o ensino de Geometria tinham como base a Geometria Euclidiana, e os conteúdos ligados a Geometria eram divididos da seguinte forma: a Geometria Plana era trabalhada no ginásio⁶, e no ano inicial do ensino colegial⁷ era trabalhada a Geometria Espacial, de maneira que se envolvem os alunos nos estudos dos seus conceitos, por meio da exploração intuitiva dos conceitos geométricos apresentados. Nesse período ainda, segundo Matos e Silva (2011):

Como o caráter intuitivo fica dedicado aos primeiros anos do ginásio, nos livros didáticos assim como na prática pedagógica, a geometria nos dois últimos anos do ginásio é dedutiva, com axiomas, teoremas e demonstrações, com pouca ou nenhuma exploração de propriedades. (MATOS; SILVA, 2011, p. 176).

Miranda (2008) relata que durante o MMM, que ocorreu entre as décadas de 1960 e o início da década 1970, a Geometria foi perdendo visibilidade nos livros de Matemática, porque os seus conteúdos ficavam no final do livro. Isso foi um declínio para o ensino de Geometria presentes nas obras didáticas da época, já que os conteúdos de Geometria adequavam ao currículo desse novo momento que vivia a Matemática.

Segundo Silva e Silva (2012), durante o MMM os conteúdos da área da Teoria dos Conjuntos eram priorizados no ensino da Matemática, esses conteúdos e a forma como eles eram lecionados não agradavam muito os professores daquela época, porque eles acreditavam que a forma como os conteúdos eram apresentados não contribuem em nada com a aprendizagem dos alunos, pois os educandos apresentavam grandes dificuldades durante o processo de aprendizagem desses conceitos. Em relação aos livros didáticos dessa época, percebemos que a Geometria não era muito presente neles.

⁶ Hoje os anos finais do Ensino Fundamental.

⁷ Período depois do Ensino Fundamental o atual Ensino Médio.

Na atualidade os livros didáticos de Matemática segundo Carvalho e Lima (2010), vêm buscando um ensino que possibilite o desenvolvimento de competências e habilidades nos alunos, para o exercício da cidadania, por meio da utilização dos conhecimentos matemáticos aplicados às práticas sociais, pois “muitos livros didáticos de Matemática, atualmente, preocupam-se com a formação integral do aluno, colaborando para torná-lo consciente de seu papel como membro de uma comunidade” (CARVALHO; LIMA, 2010, p. 27).

Segundo Pais (2006), os atuais livros didáticos no ensino de Geometria vêm explorando diversas metodologias de ensino presentes na educação matemática, contemplando situações problemas contextualizadas com diversas circunstâncias ligadas ao cotidiano dos alunos, para que eles possam compreender a geometria em diversas situações e contextos. O autor ressalta ainda que os conteúdos de Geometria são apresentados nos livros didáticos com auxílio de recursos visuais como, desenhos, diagramas, gráficos entre outros recursos visuais que auxiliam os alunos na compreensão dos conceitos geométricos estudados.

Pais (2006), ressalta ainda que a sequência como são apresentados os conteúdos de Geometria nos livros didáticos na atualidade mudou, pois geralmente os conteúdos de Geometria vêm apresentados no início do livro até a metade do livro didático ou articulados com outras áreas da Matemática contempladas no livro, diferentemente do que ocorria entre os anos de 1985 à 1995 que os capítulos dedicados exclusivamente à Geometria vinham no final do livros didáticos. Entretanto, o autor aborda que a sequência como são expostos os conteúdos de Geometria nos livros em nada interfere nas aprendizagens dos alunos e sim a forma como esses conteúdos são trabalhados no decorrer dos capítulos.

Atualmente, ao observamos os capítulos dedicados à Geometria nos livros didáticos de Matemática, percebemos mudanças significativas em seus capítulos com situações problemas contextualizadas que ajudam os alunos compreenderem o mundo a sua volta, por meio das abordagens presentes no livro didático

2.3 O uso de Materiais Concretos no ensino de Geometria

A falta de interesse que alguns alunos apresentam em relação à disciplina de Matemática tornou-se evidente nas escolas atualmente, devido a forma como os professores transmitem esses conhecimentos com aulas que priorizam a aprendizagem de forma mecânica dos educandos, por meio de fórmulas e conceitos que não contribuem para o processo de

ensino e aprendizagem. Segundo as orientações presentes nos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1998), quando trabalhamos os conteúdos matemáticos em sala de aula é imprescindível trazer os conteúdos para o contexto que os alunos então inseridos, para que possamos possibilitar aos alunos uma aprendizagem significativa, nessa perspectiva ao trabalhar os conteúdos ligados a Geometria em sala de aula é de suma importância dar significado ao que está sendo lecionado para os alunos. Nessa perspectiva Rêgo, Rêgo e Vieira (2012) recomendam que:

É a partir de elementos ligados à realidade do aluno que as primeiras noções relativas aos elementos geométricos podem ser trabalhadas, incorporando-se sua experiência pessoal com os elementos do espaço e a sua familiarização com as formas bi e tridimensionais, e interligando-as aos conhecimentos numérico, métricos e algébricos que serão construídos. (RÊGO; RÊGO e VIEIRA, 2012, p.13).

Percebemos que atualmente são muitos os estudos, pesquisas e documentos que orientam o uso dos materiais concretos para tornar o ensino de Geometria mais atraente e significativo para os alunos, mas ao fazer uma retrospectiva percebemos que desde muito tempo pensou-se sobre utilizar materiais concretos como recurso para favorecer a aprendizagem dos alunos no ensino de Geometria, isso o que aborda Gonçalves (2012):

A proposta de utilizar recursos como modelos e materiais didáticos nas aulas de matemática não é recente. Desde que Comenius (1592-1670) publicou sua *Didactica Magna* recomenda-se que recursos os mais diversos sejam aplicados nas aulas para “desenvolver uma maior e melhor aprendizagem”. Nessa obra, Comenius chega mesmo a recomendar que nas salas de aulas sejam pintadas fórmulas e resultados nas paredes e que muitos modelos sejam construídos para ensinar geometria. (GONÇALVES, 2012, p. 09).

Gonçalves (2012, p. 11) aponta que “atualmente, uma das justificativas comumente usadas para o trabalho com materiais didáticos nas aulas de matemática é a de que tal recurso torna o processo de aprendizagem significativo”. Além disso, a utilização de materiais concretos em sala de aula pode proporcionar o desenvolvimento do raciocínio geométrico do aluno, por meio da visualização e manipulação desses materiais o aluno tem a possibilidade de representar e compreender melhor o mundo em que vive. Passos (2006 *apud* GOVERNO DO ESTADO DA PARAÍBA, 2010), menciona que os materiais concretos podem ser objetos ou coisas que o aluno pode manusear, para que possa representar uma ideia, esses materiais

podem tornar um recurso que promova um melhor envolvimento dos alunos e uma boa aprendizagem por meio da sua exploração em sala de aula.

Sarmiento (2010) e Monteiro (2013) abordam que para atrair a atenção dos alunos nos estudos de Geometria, faz-se necessário o uso de materiais concretos no processo de ensino dos conceitos geométricos, por meio da manipulação e visualização os alunos podem desenvolver o seu raciocínio geométrico e construir conceitos da área de Geometria.

Verificamos, ainda que ao utilizar os materiais concretos no ensino de Geometria, o professor traz mais dinamismo para as aulas de Matemática podendo despertar o interesse e a motivação dos alunos o uso desses materiais ainda podem auxiliar os alunos visualizar melhor as figuras tridimensionais, pois o uso desses materiais se torna uma alternativa para que eles não fiquem só visualizando as figuras presentes nos livros didáticos. Nesse sentido Silva e Martins (2000) reforçam que:

[...] materiais manipuláveis são fundamentais se pensarmos em ajudar a criança na passagem do concreto para o abstracto, na medida em que eles apelam a vários sentidos e são usados pelas crianças como uma espécie de suporte físico numa situação de aprendizagem. Assim sendo, parece relevante equipar as aulas de Matemática com todo um conjunto de materiais manipuláveis (cubos, geoplanos, tangrans, régua, papel pontado, ábaco, e tantos outros) feitos pelo professor, pelo aluno ou produzidos comercialmente, em adequação com os problemas a resolver, as ideias a explorar ou estruturados de acordo com determinado conceito matemático (SILVA; MARTINS, 2000, p. 4).

Monteiro (2013) aborda que os materiais concretos podem ser usados como um recurso para introduzir os conceitos de Geometria Espacial e ser utilizados juntamente com atividades durante a aula, para que possam promover a participação dos alunos e desenvolver o raciocínio geométrico. Além disso, Guimarães e Santos (2014), apontam que os materiais manipulativos podem ser usados também depois de introduzir um conteúdo, como um instrumento que o professor pode usar para acompanhar e verificar o desempenho dos alunos durante a aula, por meio da interação dos alunos na aula durante o seu manuseio, pois eles proporcionam também a aplicação de conceitos geométricos que são adquiridos nas abordagens dos conteúdos através do o seu manuseio.

É comum não encontrar atualmente a utilização desses recursos no processo de ensino da Geometria por alguns fatores, entre eles, estão a não disponibilidade dos materiais concretos na escola, a formação inadequada dos professores que muitas vezes desconhecem a maneira conveniente de utilizar esses materiais e quando os materiais podem ser confeccionados com sucatas os professores alegam a ausência de tempo. Outro fator bastante

comum que impede que os materiais manipulativos sejam usados pelo professor é a falta de “[...] desconhecimento em como lidar com eles ou por falta de condições de trabalho (classes superlotadas, principalmente)” (NACARATO, 2005, p. 2).

Entretanto, diversos autores entre eles Silva e Martins (2000), Nacarato (2005), Sarmiento (2010) e Gonçalves (2012) apontam que as utilizações dos materiais concretos só para manusear sem que tenha um planejamento sobre a sua ação não contribuir com a aprendizagem dos alunos, é necessário que tenha uma reflexão sobre as possibilidades do uso dos materiais concretos em sala de aula. Rêgo e Rêgo (2006) apontam alguns cuidados que o professor tem que ter ao levar os materiais concretos para sala de aula, entre eles estão:

- i) dar tempo para que os alunos conheçam o material (inicialmente é importante que os alunos o explorem livremente);
- ii) incentivar a comunicação e troca de ideias, além de discutir com a turma os diferentes processos, resultados e estratégias envolvidos;
- iii) mediar, sempre que necessário, o desenvolvimento das atividades por meio de perguntas ou da indicação de materiais de apoio, solicitando o registro individual ou coletivo das ações realizadas, conclusões e dúvidas;
- iv) realizar uma escolha responsável e criteriosa do material;
- v) planejar com antecedência as atividades, procurando conhecer bem os recursos a serem utilizados, para que possam ser explorados de forma eficiente, usando o bom senso para adequá-los às necessidades da turma, estando aberto a sugestões e modificações ao longo do processo, e
- vi) sempre que possível, estimular a participação do aluno e de outros professores na confecção do material (RÊGO; RÊGO, 2006, p. 54).

Com isso, percebemos que para que se tenha benefícios com o uso dos materiais concretos no ensino de Geometria, é necessário que as atividades sejam planejadas e coerentes com os objetivos propostos, para que os materiais concretos contribuam com a aprendizagem dos conceitos geométricos.

Por meio da visualização e manipulação dos materiais concretos o processo de aquisição dos conhecimentos geométricos pode torna-se mais significativo para os alunos, à medida que eles possam estabelecer relações dos materiais concretos com objetos presentes em seu cotidiano

De acordo com Andrade (2014), a utilização de materiais concretos traz grandes benefícios para os alunos no ensino de Geometria, pois por meio de uma perspectiva construtivista os alunos exploram e manuseiam os materiais concretos adquirindo habilidades visual e cognitiva que só é possível por meio da utilização dos materiais concretos e situações problemas que faça uso da Geometria em situações do cotidiano. Nesse sentido os Referenciais Curriculares do Ensino Fundamental da Paraíba salientam que:

Ao construírem uma caixa, os estudantes vivenciam a transição da geometria plana (estudo de polígonos, planificações) para a geometria espacial (estudos de poliedros, características dos sólidos); manipulam figuras bidimensionais e lidam com suas partes internas e externas. Elementos como altura, comprimento e largura, superfícies laterais e de base, dentre outros, serão mais facilmente compreendidos com a manipulação dos materiais concretos. (GOVERNO DO ESTADO DA PARAÍBA, 2010, p. 80).

Diante disso, percebemos que o uso dos materiais concretos proporcionam aos alunos uma melhor compreensão dos conteúdos geométricos, por meio da visualização e manipulação desses materiais.

São diversos materiais concretos que o professor pode levar para sala de aula, para usar na sua intervenção pedagógica no ensino de Geometria Espacial como: kits de sólidos geométricos, materiais confeccionados com sucatas, embalagens utilizadas pela indústria de formas diversas e objetos que fazem parte da vida cotidiana dos alunos, para que o professor possa mediar os conhecimentos dos alunos com o auxílio desses materiais.

Kaleff e Rei (1995), recomendam que o professor pode construir com os alunos os seus próprios materiais concretos para o ensino de Geometria com materiais de baixo valor aquisitivo, para poder envolver os alunos no processo de construção dos materiais e possibilitar maior envolvimento e interesses dos estudantes durante todo o processo de ensino e aprendizagem dos conceitos geométricos.

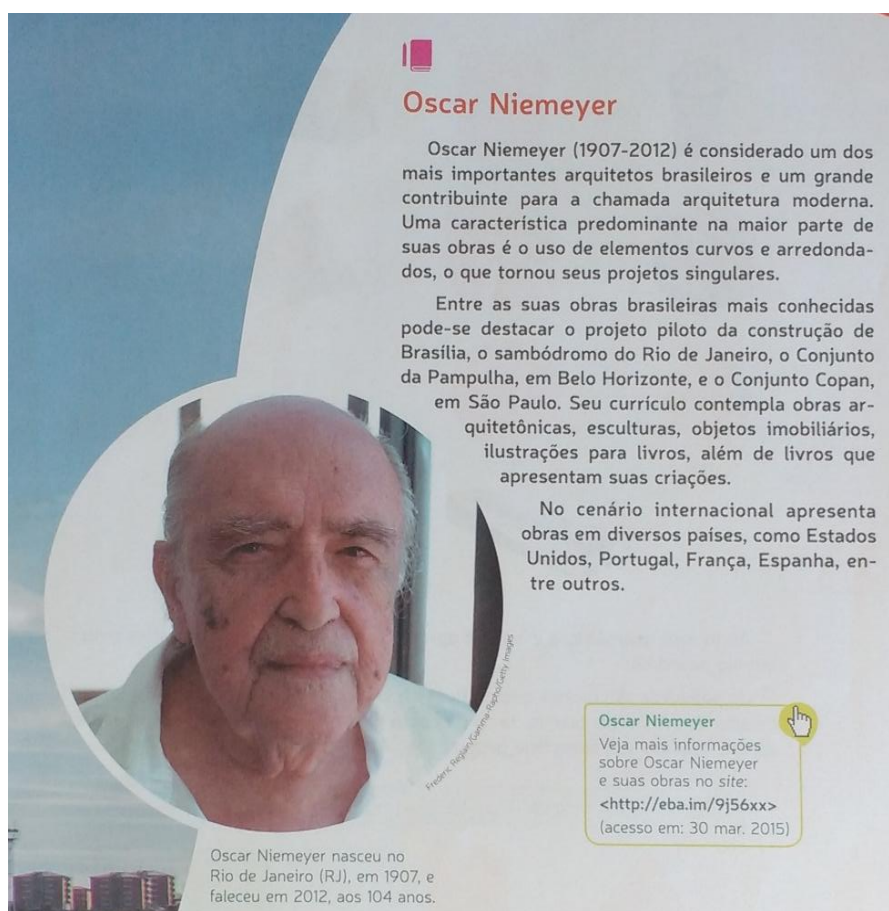
3 ANÁLISE DO LIVRO DIDÁTICO E APRESENTAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

3.1 Análise do livro didático Vontade de saber Matemática – 7º ano

Conforme as orientações didáticas metodológicas, estabelecidas nos PCN (BRASIL, 1998) e RCEF – PB (GOVERNO DO ESTADO DA PARAÍBA, 2010), em relação ao conteúdo de Poliedros, fizemos uma análise das abordagens da presença desse conteúdo no livro didático Vontade de saber Matemática do 7º ano do Ensino Fundamental de Souza e Pataro (2015). De princípio percebemos que o conteúdo de Poliedros apresentado nesse livro didático é abordado no terceiro capítulo, em nove páginas, dedicado à Geometria Espacial.

O capítulo inicia o conteúdo de Poliedros através de uma breve apresentação das características das obras do arquiteto brasileiro Oscar Niemeyer (Figura 1), citando as características mais marcantes presentes em suas obras e algumas obras famosas que ele fez no Brasil e em alguns países. O livro ainda recomenda um link de um site para os alunos ampliarem os seus conhecimentos acerca das obras desse arquiteto tão importante para a arquitetura brasileira.

Figura 1 – Apresentação do capítulo



Fonte: (SOUZA e PATARO, 2015, p. 69)

Por ser um livro adotado pelas escolas em diversas regiões do Brasil e por termos alunos com culturas e conhecimentos de mundo diferentes, percebemos que apenas exibir imagens de alguns monumentos da arquitetura de Oscar Niemeyer não possibilita a contextualização do conteúdo lecionado com a realidade de vida dos alunos. Outro ponto que chama atenção nessa abordagem é a recomendação de um link de um site para os alunos pesquisarem sobre as obras desse arquiteto, mas será que todos os alunos têm acesso à internet?

O primeiro contato com o conceito de Poliedros, abordado nesse livro, busca remeter a objetos de formatos diversos presentes na vida cotidiana, por meio das comparações com os diferentes formatos de Poliedros, após esse primeiro contado o livro procura classificar os Poliedros em dois grupos distintos: os poliedros e os não poliedros (os corpos redondos). Vejamos, na Figura 2, a introdução do conteúdo de Poliedros nesse livro didático.

Figura 2 – Apresentação do conteúdo de Poliedros abordado no livro didático

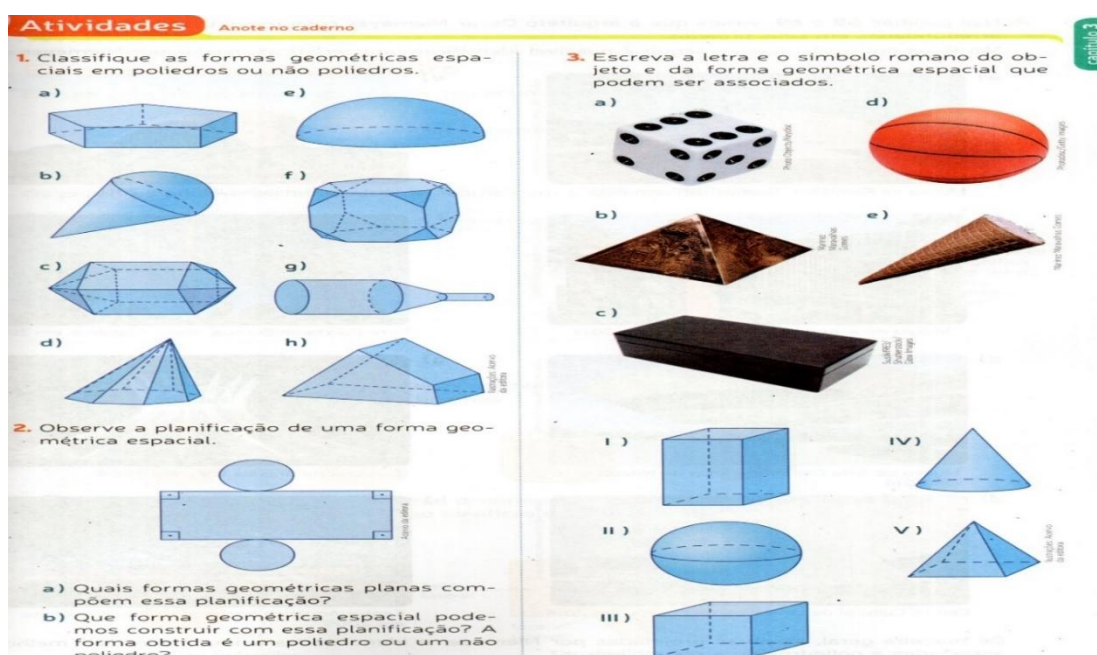


Fonte: (SOUZA e PATARO, 2015, p. 70)

Nesse primeiro contado com o conteúdo exposto não percebemos a definição do conteúdo de Poliedros, apenas associação com objetos da vida cotidiana. Após isso, o livro em um único parágrafo aborda as características dos Poliedros e não Poliedros (Figura 2) e abaixo desse parágrafo temos um quadro com alguns sólidos geométricos que ajuda os alunos visualizarem as características mencionadas nesse parágrafo.

Ao observar os três primeiros exercícios do capítulo de Geometria Espacial no livro didático, percebemos que é no primeiro exercício que os alunos tem a oportunidade de classificar os sólidos geométricos em Poliedros e não Poliedros por meio das figuras expostas no livro. O segundo exercício tem uma figura espacial planificada com objetivo de possibilitar aos alunos visualizarem e identificarem as características dessa figura, para que eles possam responderem os itens “a” e “b” presentes nesse exercício, o item “a” desse exercício proporciona aos alunos estabelecerem a relação entre a Geometria Plana e a Espacial através das observações e identificações das formas geométricas planas presentes na planificação de uma figura espacial e o item “b” propõe que os alunos identifiquem o sólido geométrico que pode ser formado com a planificação exposta nesse exercício, em seguida esse item pede para classificar a figura em Poliedro e não Poliedro. O terceiro exercício é semelhante com a introdução dos conteúdos abordados, o exercício pede apenas que os alunos associem objetos de formatos diversos com os sólidos geométricos, possibilitando a reflexão dos alunos sobre suas características. Vejamos os exercícios, na Figura 3.

Figura 3 – Exercícios 1, 2 e 3



Fonte: (SOUZA e PATARO, 2015, p. 75)

Ao abordar o conteúdo específico de Poliedros o livro inicia exibindo os elementos que constituem um Poliedro (vértices, faces e arestas) por meio das ilustrações das figuras de Poliedros, para que os alunos possam observar os elementos que constituem os mesmos, no entanto essa abordagem não torna suficiente para os alunos construírem os conceitos e perceberem as características que estão presentes neles, pois apenas observar as figuras estáticas presentes no livro didático desassociado do referido conteúdo não proporciona a construção dos conhecimentos geométricos dos alunos. Para uma melhor abordagem desse conteúdo, Andrade (2014) destaca que a utilização dos materiais didáticos seria uma boa alternativa para o professor utilizar em sala de aula, possibilitando aos alunos adquirirem habilidades visual e cognitiva mediante a exploração dos materiais concretos no ensino e a aprendizagem dos conceitos de geométricos.

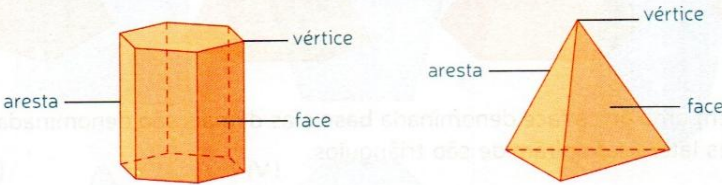
Logo abaixo dessa abordagem temos um quadro que faz a relação dos números de faces de cada Poliedro com a sua respectiva nomenclatura, nesse contado com o conteúdo de Poliedro o livro apresenta uma nota que aborda a origem da palavra Poliedro e seu significado e não formaliza o seu conceito (Figura 4).

Figura 4 – Poliedros e seus elementos

Poliedros

► **Elementos de um poliedro**

Em um poliedro, podemos destacar os seguintes elementos:



Os poliedros podem ser nomeados de acordo com o número de faces.

Número de faces	Nome do poliedro
4	Tetraedro
5	Pentaedro
6	Hexaedro
7	Heptaedro
8	Octaedro
9	Eneaedro

Número de faces	Nome do poliedro
10	Decaedro
11	Undecaedro
12	Dodecaedro
13	Tridecaedro
...	...
20	Icosaedro

A palavra poliedro tem origem grega em que "poli" significa **muitos(as)** e "edro", **face**. Portanto, poliedro significa "muitas faces".

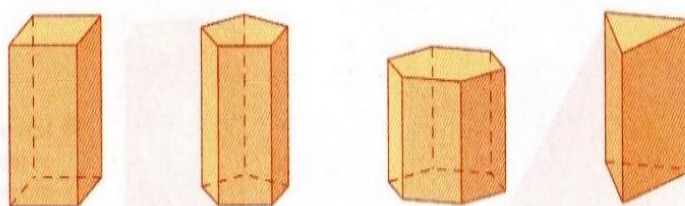
Fonte: (SOUZA e PATARO, 2015, p. 73)

O livro didático também não formaliza o conceito de Prisma, ele apresenta algumas figuras de prismas, afim de que os alunos possam estabelecer seu conceito inicial por meio da visualização das ilustrações expostas no livro didático. Ao observar as orientações para o ensino de Geometria presentes nos documentos oficiais percebemos que eles orientam o professor utilizar em sua prática educativa no ensino de Geometria objetos do mundo físico, pois eles dão um suporte ao aluno no processo de aquisição dos conhecimentos geométricos. Em seguida no livro são apresentadas as suas características, após isso temos um prisma de base triangular com seus elementos (vértices, faces e arestas) identificados e outro planificado com os seus elementos também identificados, essa abordagem auxilia os alunos a visualizarem o processo de decomposição dos mesmos (Figura 5).

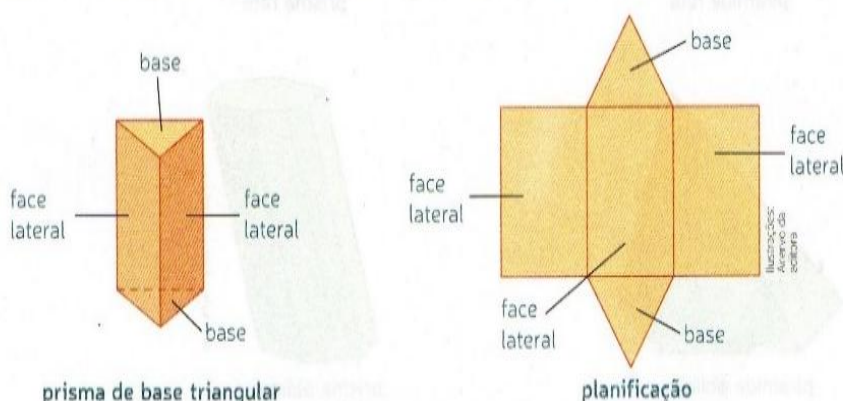
Figura 5 – Prismas

► Prismas e pirâmides

De acordo com algumas características, podemos classificar alguns poliedros em **prismas** ou **pirâmides**. Observe alguns prismas.



Em um prisma, duas de suas faces são denominadas **bases**, e as demais, **faces laterais**. As bases de um prisma sempre são idênticas e paralelas entre si.



Explique aos alunos que o prisma de base triangular também pode ser chamado pentaedro, pois possui 5 faces.

prisma de base triangular

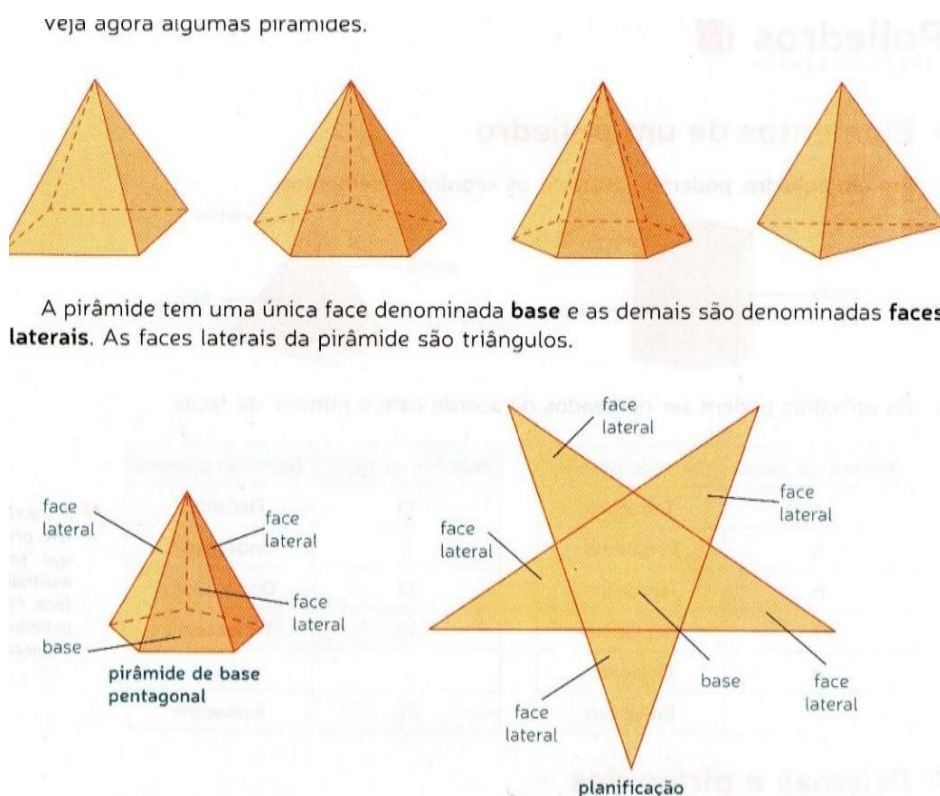
planificação

Fonte: (SOUZA e PATARO, 2015, p. 73)

O livro didático não apresenta a formalização do conceito de Pirâmide, as suas características são apresentadas por meio de figuras de diferentes tipos de pirâmides e uma breve abordagem em um parágrafo sobre as suas particularidades. Observamos também uma imagem de uma pirâmide pentagonal com seus elementos identificados (vértices, faces e

arestas) e abordagem da sua planificação (Figura 6), em que percebermos que ela está planificada em forma de estrela induzindo os alunos pensarem que todas as pirâmides planificadas têm esse formato. No processo de planificação de figuras os RCEF – PB (GORVERNO DO ESTADO DA PARAÍBA, 2010) recomendam que o professor pode usar embalagens para os alunos planificarem e explorarem as suas características.

Figura 6 – Pirâmides

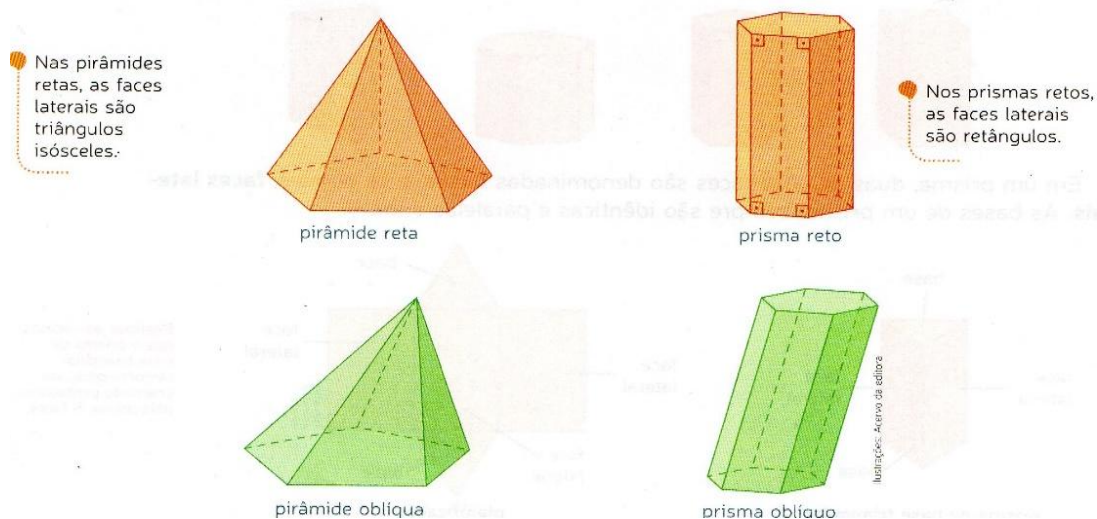


Fonte: (SOUZA e PATARO, 2015, p. 74)

Os conceitos de Prismas e Pirâmides retos e oblíquos são abordados no livro através das evidências de figuras tridimensionais que os representam. Nessas abordagens, ao analisar a Figura 7, observamos que ao lado do prisma e pirâmide retos temos uma nota relatando as suas características e ao lado do prisma e pirâmide oblíquos não encontramos essa nota que contemplam as suas características, também nessa abordagem não encontramos nenhuma definição sobre prismas retos e oblíquos. Na exploração dos diferentes tipos de Poliedros, os RCEF – PB (GORVERNO DO ESTADO DA PARAÍBA, 2010) apontam a importância de trabalhar esse conteúdo em conjunto com a exploração dos materiais concretos em sala de aula, para que os alunos obtenham uma melhor visualização das suas características.

Figura 7 – Prismas e Pirâmides retos e oblíquos

Os prismas e as pirâmides podem ser classificados em **retos** ou **oblíquos**.



Fonte: (SOUZA e PATARO, 2015, p. 74)

No primeiro exercício (exercício 5) da página setenta e cinco do livro (Figura 8), permite que os alunos visualizem as figuras geométricas em diferentes ângulos para contagens de seus elementos (vértices, faces e arestas) e identificação da sua nomenclatura de acordo com o polígono da base. Nesse exercício os alunos podem sentir dificuldade em contar os elementos dos Poliedros utilizando apenas o livro como recurso visual.

No segundo exercício (exercício 6) temos situações contextualizadas que possibilitam os alunos utilizarem os conhecimentos estudados para poder responder. No terceiro exercício (exercício 7) dessa página o livro possibilita aos alunos identificarem os sólidos geométricos que não são prismas nem pirâmides.


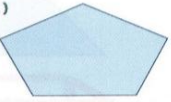
No quarto exercício (exercício 8) temos uma pirâmide de base pentagonal planificada em formato de estrela para que os alunos possam compreender o processo de decomposição das formas geométricas e identificação e contagem dos elementos (vértices, faces e arestas) dos Poliedros. Nesse exercício que pede para os alunos observarem a planificação de uma pirâmide de base pentagonal, percebemos que ele não possibilita os alunos refletirem sobre os diferentes tipos de planificações de pirâmides, pois tanto esse exercício quanto a exposição do conteúdo no livro didático apresenta uma pirâmide de base pentagonal planificada, além disso, essa planificação dificulta os alunos na contagem dos vértices, pois eles podem confundir as quantidades de vértices da pirâmide planificada com o único vértice que une as suas faces triangulares laterais. Ao tentar responder esse exercício é essencial que os alunos

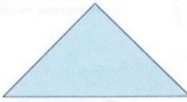
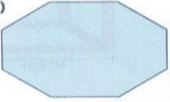
utilizem materiais concretos como suporte, para que eles próprios possam manusear e verificar os elementos geométricos presentes nas figuras.

Figura 8 – Exercícios 5 a 8

Atividades Anote no caderno

5. Observe a vista superior de alguns prismas.

I)  III) 

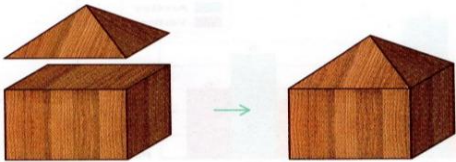
II)  IV) 

a) Para cada um desses prismas, determine o número de:

- vértices I: 8; II: 6; III: 10; IV: 16
- arestas I: 12; II: 9; III: 15; IV: 24
- faces I: 6; II: 5; III: 7; IV: 10

b) Classifique os prismas apresentados de acordo com o número de faces.
I: hexaedro; II: pentaedro; III: heptaedro; IV: decaedro

6. Um artesão construiu uma peça unindo uma pirâmide e um paralelepípedo reto que possuíam bases idênticas, conforme a figura.



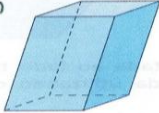
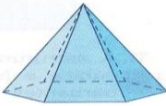
a) A peça obtida pelo artesão tem a forma de um poliedro ou de um não poliedro?

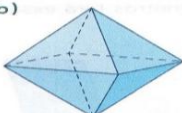
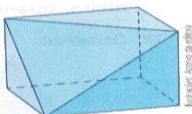
b) Quantos vértices, arestas e faces tem:

- a pirâmide utilizada pelo artesão?
- o paralelepípedo utilizado pelo artesão?

c) Determine o número de vértices, arestas e faces que tem a forma geométrica espacial construída pelo artesão.

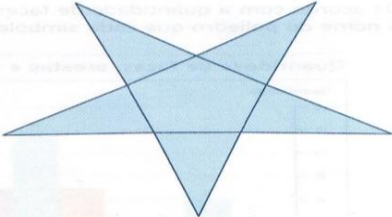
7. Identifique, entre os poliedros a seguir, quais não são prismas nem pirâmides. **b e d**

a)  c) 

b)  d) 

Explique aos alunos que há poliedros que não são classificados como prisma nem como pirâmide.

8. Observe a planificação.



a) Que poliedro pode ser obtido a partir dessa planificação?

b) Em relação ao poliedro obtido, determine o número de vértices, arestas e faces.

Fonte: (SOUZA e PATARO, 2015, p. 75)

As relações existentes entre os números de vértices, faces e arestas no livro didático são abordadas por meio da relação de *Euler*, de forma semelhante como foi apresentado o conteúdo de Poliedros no início do capítulo, por meio das figuras tridimensionais e planificações de alguns prismas e pirâmides. Após isso, os mesmos Poliedros acima das abordagens do livro apresentadas, são expostos através das relações existentes entre os números de vértices, faces e arestas, como mostra a Figura 9.

Nessa abordagem percebemos que ele não possibilita aos alunos descobrir nem refletir sobre as suas ações realizadas nas relações existentes entre os números de vértices, faces e arestas de cada Poliedro, pois o livro já leva esse conhecimento pronto não possibilitando os alunos construírem o seu conhecimento. O uso dos materiais concretos no estudo das relações existentes entre os elementos dos Poliedros proporcionam uma melhor compreensão dos alunos acerca da identificação desses elementos e do estabelecimento das relações, além de

possibilitar uma melhor interação dos alunos durante todo o processo de construção do conhecimento geométrico.

Figura 9 – Relação entre o números de vertices, faces e arestas de um poliedros

Relação entre o número de vértices, faces e arestas

Uma professora de Matemática pediu aos alunos que determinassem o número de vértices, faces e arestas de alguns poliedros. Veja os resultados obtidos por um aluno.

prisma de base triangular

- vértices : 6
- faces : 5
- arestas : 9

planificação

pirâmide de base quadrada

- vértices : 5
- faces : 5
- arestas : 8

planificação

prisma de base hexagonal

- vértices : 12
- faces : 8
- arestas : 18

planificação

pirâmide de base pentagonal

- vértices : 6
- faces : 6
- arestas : 10

planificação

Podemos perceber que o número de vértices (V) adicionado ao de faces (F) é igual ao número de arestas (A) adicionando-se 2, isto é:

prisma de base triangular

$$\begin{array}{ccc} \text{vértices} & \text{faces} & \text{arestas} \\ 6 & + & 5 = 9 + 2 \\ 11 & & 11 \end{array}$$

pirâmide de base quadrada

$$\begin{array}{ccc} \text{vértices} & \text{faces} & \text{arestas} \\ 5 & + & 5 = 8 + 2 \\ 10 & & 10 \end{array}$$

prisma de base hexagonal

$$\begin{array}{ccc} \text{vértices} & \text{faces} & \text{arestas} \\ 12 & + & 8 = 18 + 2 \\ 20 & & 20 \end{array}$$

pirâmide de base pentagonal

$$\begin{array}{ccc} \text{vértices} & \text{faces} & \text{arestas} \\ 6 & + & 6 = 10 + 2 \\ 12 & & 12 \end{array}$$

Alguns poliedros, entre eles os prismas e as pirâmides, possuem essa regularidade, representada da seguinte maneira.

$$V + F = A + 2$$

Essa igualdade é conhecida como relação de Euler, em homenagem ao matemático e físico suíço Leonhard Euler (1707-1783).

Fonte: (SOUZA e PATARO, 2015, p. 77)

Ao fazermos essa análise no livro didático, percebemos que ele não contemplar algumas orientações presentes nos PCN (BRASIL, 1998) e RCEF – PB (GOVERNO DO ESTADO DA PARAÍBA, 2010), pois ele não possibilita os alunos refletirem durante as abordagens dos conteúdos e nas realizações dos exercícios no decorrer do processo de ensino e aprendizagem dos conteúdos de Poliedros, na medida que o livro traz os conhecimentos prontos em suas abordagens, dificultando a construção de conceitos e discussões de ideias.

Em relação aos conteúdos de Poliedros percebemos que os PCN (BRASIL, 1998), apontam que é importante que os alunos estabeleçam relações entre o polígono que constitui a base e seus elementos (vértices, faces e arestas), algo que não percebemos no decorrer das abordagens do livro didático. O livro didático ainda entra em contradição com os PCN (BRASIL, 1998), quando não possibilita aos alunos identificarem e estabelecerem as relações existentes entre os números de faces, vértices e arestas dos Poliedros e classificarem as figuras geométricas em Poliedros e não Poliedros, pois essas abordagens já vêm expressas no livro não possibilitando a construção dos conhecimentos dos alunos sobre essas características.

Assim como nos PCN (BRASIL, 1998) os RCEF-PB (GORVERNO DO ESTADO DA PARAÍBA, 2010), salientam que o processo de planificação de figuras auxiliam os alunos na identificação dos elementos (vértices, faces e arestas) presentes nos poliedros, percebemos que o livro não leva consideração essa proposta apresentadas nesses documentos, pois não aborda os vários tipos de formas geométricas planificadas.

Os RCEF – PB (GORVERNO DO ESTADO DA PARAÍBA, 2010) ainda vão além, pois recomendam que o professor pode utilizar embalagens para trabalhar o processo de planificação de figuras e estudos dos elementos contidos nos Poliedros (vértices, faces, arestas e polígonos que constituem a base e faces) para auxiliar os alunos no processo de visualização, no entanto o livro didático não está dando essa sugestão para o professor trabalhar em sala de aula. Observamos ainda que o livro não sugere algum tipo de material manipulativo já confeccionado ou produzido pelos alunos para trabalhar os conceitos geométricos, já que o uso de materiais concretos na construção dos conceitos geométricos pode envolver os alunos no processo de ensino e aprendizagem.

Em relação aos exercícios presentes no livro didático, percebemos que eles não contemplam a exploração dos conceitos geométricos e autonomia dos alunos, alguns exercícios são semelhantes com as próprias abordagens presentes no livro, possibilitando aos alunos uma aprendizagem mecânica em que eles usam um campo limitado de conhecimento para poder responder.

De modo geral, verificamos que a forma como o livro didático aborda o conteúdo de Poliedros não possibilita a construção dos conhecimentos dos alunos e não apresenta uma abordagem que desperte o interesse e envolvimento dos alunos, além disso, ele não possibilita os alunos refletirem sobre o conteúdo abordado. Ao observar o capítulo que remete ao conteúdo de Poliedros, percebemos que figuras tridimensionais que representam Prismas e Pirâmides no decorrer das abordagens do livro não tornam suficientes para construção do conceito do conteúdo abordado.

3.2 A sequência didática

Construção do conceito de Poliedro

Objetivos:

Geral

- Possibilitar a construção do conceito de Poliedro por meio da exploração dos seus elementos (vértices, faces, arestas e polígonos que constituem as faces) presentes nos Prismas e Pirâmides com a utilização de materiais manipulativos.

Específicos

- Definir o conceito de Poliedro em Geometria Espacial
- Identificar as características presentes nos Prismas e Pirâmides.
- Classificar os Prismas e Pirâmides em retos e oblíquos.
- Compreender o processo de composição e decomposição de Prismas e Pirâmides, por meio da planificação de embalagens.
- Estabelecer relação entre os números de vértices, faces e arestas, por meio da relação de *Euler*.

Conteúdo: Prismas e Pirâmides (Geometria Espacial).

Ano: 7º

Tempo estimado: dez aulas

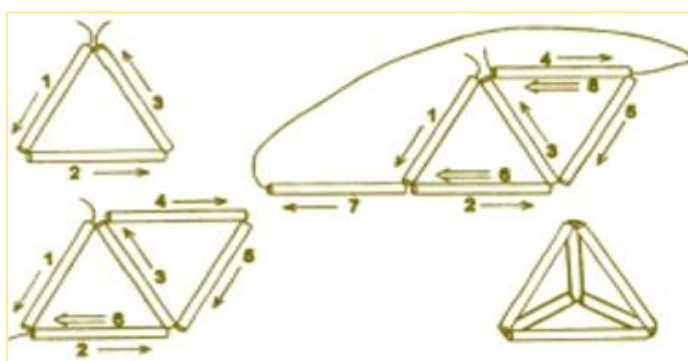
Material necessário: Canudos, barbante, seis kits de Poliedros confeccionados com canudos, diferentes formatos de embalagens, caderno e livro didático.

Desenvolvimento:

1ª Etapa: (Duas aulas). Nesse primeiro momento buscaremos envolver os alunos no processo da construção dos conhecimentos geométricos, para isso iremos dividir eles em seis grupos com cinco alunos cada grupo e disponibilizaremos para eles canudos e barbante para construção de poliedros confeccionados com canudos, diante disso, pediremos para eles observarem uma pirâmide de base quadrada, um paralelepípedo, um cubo e um prisma de base hexagonal expostos no livro didático (Ver Figura 2, p. 35) e a partir dessas observações perguntaremos aos alunos, “Com quantos canudos são necessários para construir cada poliedro?”. Nesse procedimento pretendemos possibilitar que os alunos usem as quantidades de arestas presentes em cada poliedro como referência para responder essa pergunta).

Em seguida pediremos para que os alunos construam os sólidos geométricos com canudos e barbante. Esse processo de construção dos poliedros acontecerá da seguinte forma: os alunos irão passar o barbante pelo interior dos canudos e formar alguns prismas e pirâmides (Figura 10). Após os alunos construírem os poliedros iremos realizar algumas perguntas com intuito que eles identifiquem e explorem os elementos (faces, vértices, arestas e polígonos que constituem as faces) contidos nos poliedros confeccionados com canudos. Para explorar as faces de cada poliedro iremos realizar a seguinte pergunta, “Quais são os formatos das figuras planas que constituem os Poliedros e as suas quantidades?”; com objetivo de explorar os vértices perguntaremos aos alunos, “Quantos pontos em comum que liga um canudo a outro existem em cada poliedro?”; e para estabelecer o conceito de arestas, iremos retornar a pergunta realizada no início da sequência didática, “Com quantos canudos são necessários para construir cada poliedro?”. Finalizaremos essa etapa perguntando aos alunos quais são os Poliedros com maior e menor número de faces, vértices e arestas.

Figura 10 – Construção de poliedros com a utilização de canudos e barbante.



Fonte: (KALEFF e REI, 1995, p. 123)

2ª Etapa: (Uma aula). Nessa etapa formalizaremos a definição de Poliedro, por meio da construção do seu conceito, para isso pediremos aos alunos visualizarem e manipularem os poliedros confeccionados com canudos e depois observar o significado da palavra Poliedro contida nas abordagens presentes no livro didático (Ver Figura 4, p. 37), na sequência iremos formalizar oralmente a definição de Poliedro mencionando que o Poliedro é um “sólido limitado por polígonos. O conjunto destes polígonos constitui a superfície poliédrica” (BARATOJO, 1994, p. 94). Depois da construção do conceito de Poliedro pelos alunos, perguntaremos a eles quais são os objetos ou embalagens que estão presentes em seu dia a dia que têm os formatos de Poliedros. Em seguida para os alunos compreenderem as

características dos prismas iremos perguntar a eles; “Quais poliedros confeccionados com canudos têm suas faces laterais constituídas por paralelogramos?”, “Quais poliedros construídos têm duas bases com regiões poligonais congruentes e paralelas?”. Para os alunos estabelecerem as características das pirâmides iremos perguntar a eles; “Qual poliedro confeccionado com canudos tem um único vértice em comum que une as suas faces triangulares laterais?”, à medida que iremos perguntar aos alunos eles irão observar os poliedros confeccionados por eles e responderem essas perguntas identificando os poliedros que têm as características da pergunta mencionada. Na sequência iremos pedir para os alunos observarem as características dos prismas e pirâmides abordadas no livro didático (Ver Figuras 5 e 6, p. 38 e p. 39) e iremos complementar essa abordagem formalizando oralmente a definição de Prisma e Pirâmide abordando que o Prisma têm como características faces laterais no formato de paralelogramos e duas bases poligonais congruentes e que a Pirâmide é um sólido geométrico que a sua base é um polígono qualquer que têm faces triangulares unidas por um único vértice (BARATOJO, 1994).

3ª Etapa: (Duas aulas). Nessa terceira etapa, iremos disponibilizar aos alunos embalagens de diferentes produtos (creme dental, sabonete, chocolate entre outras) no formato de prismas e pirâmides (Figura 11), para que eles possam visualizar os formatos das embalagens e associar com os Poliedros construídos com canudos e depois pediremos para que os alunos planifiquem as embalagens. Com as embalagens planificadas iremos orientar os alunos para que eles possam verificar os polígonos que constituem cada face, identificar, contar os seus elementos (vértices, faces e arestas) e registrar os dados obtidos em seu caderno no processo de planificação de cada embalagem.

Na sequência, perguntaremos aos alunos que formatos de embalagens são mais utilizados pelas indústrias e o que faz elas escolherem esses tipos de embalagens. Para consolidar a aprendizagem sobre o processo de decomposição de Poliedros obtidos nas planificações de embalagens, iremos pedir para os alunos observarem as imagens de um Prisma e de uma Pirâmide planificados, presentes do livro didático (Ver Figuras 5 e 6, p. 38 e p. 39) e socializar as suas observações com toda turma.

Nessa fase através da observação da figura de uma pirâmide planificada no formato de estrela, pretendemos lançar uma discussão por meio da seguinte pergunta “Todas pirâmides planificadas tem o formato de estrela?”, com essa pergunta pretendemos fazer os alunos refletirem sobre as planificações das pirâmides.

Figura 11 – Embalagens de formatos diversos



Fonte: Arquivo pessoal

4ª Etapa: (Duas aulas). Nessa etapa buscaremos possibilitar a construção do conceito de prismas e pirâmides retos e oblíquos. Para isso iremos dividir os alunos em seis grupos e disponibilizar para cada grupo um paralelepípedo reto e um paralelepípedo oblíquo, um prisma de base triangular reto e um prisma de base triangular oblíquo dos kits de sólidos geométricos confeccionados com canudos (Figura 12), para que os alunos possam manipular e visualizar esses poliedros e perceber as faces laterais dos prismas retos têm faces retangulares e que a dos prismas oblíquos as arestas podem formar ângulos obtusos (ângulos maiores que 90°) e ângulos agudos (ângulos menores que 90°).

Figura 12 – Kit de poliedros confeccionados com canudos.

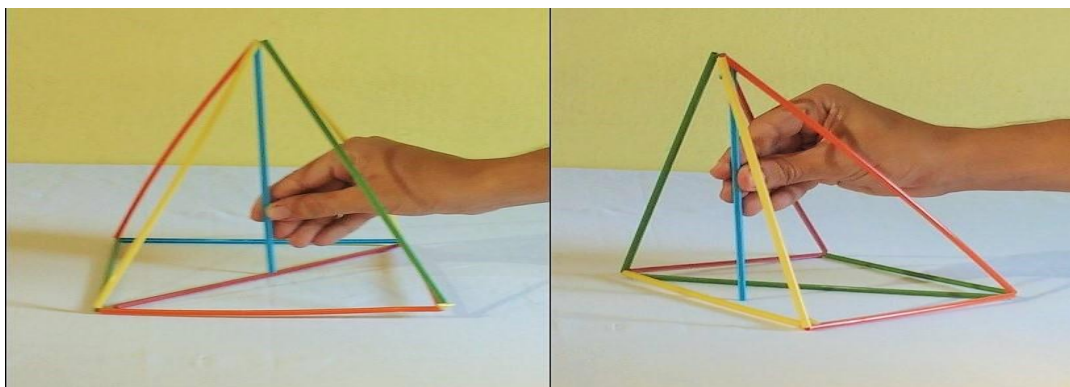


Fonte: Arquivo pessoal

Na construção do conceito de pirâmides retas e oblíquas também iremos disponibilizar para cada grupo de alunos uma pirâmide reta de base quadrada e uma pirâmide oblíqua de base quadrada, dos kits de sólidos geométricos confeccionados com canudos, para os alunos inserirem um canudo no vértice superior que liga todas as suas faces triangulares laterais ao canudo que dá rigidez às pirâmides que está localizado na diagonal da base da pirâmide (Figura 13). Nesse procedimento possibilitaremos os alunos perceberem que o vértice que une todas as faces triangulares laterais de uma pirâmide reta está no centro de sua base e que o vértice da pirâmide oblíqua não está.

Feito isso, formalizaremos oralmente que os prismas retos e oblíquos têm como características faces laterais em forma de paralelogramos e duas bases no formato de polígonos congruentes, sendo que os prismas retos tem o eixo perpendicular às suas bases e que os prismas oblíquos o eixo não é perpendicular às suas bases. As pirâmides retas e oblíquas são constituídas por uma base de um polígono qualquer e faces triangulares laterais com um vértice em comum, destacando que nas pirâmides oblíquas o eixo não é perpendicular à sua base (BARATOJO, 1994).

Figura 13 – Utilizando um canudo para verificar a diferença entre uma pirâmide reta e outra oblíqua do kit de poliedros confeccionados com canudos



Fonte: Arquivo pessoal

Depois pediremos para cada grupo visualizar e analisar as figuras de prismas e pirâmides retos e oblíquos presentes no livro (Ver Figura 7, p. 40) e socializar com toda turma as suas principais características. Na sequência, utilizaremos um exercício presente na página setenta e seis do livro didático (Figura 14) que tem o propósito de fazer os alunos observarem e contarem os números vértices, faces e arestas de uma pirâmide de base hexagonal, um prisma de base triangular, um tetraedro e um paralelepípedo, e associar com as quantidades de cada um dos elementos dos poliedros presentes no gráfico exposto no exercício.

Diante isso, para uma melhor visualização dos vértices, faces e arestas dos Poliedros expostos nas figuras desse exercício, iremos disponibilizar para os alunos esses poliedros presentes no kit de poliedros confeccionados com canudos, para auxiliar os alunos no processo de visualização e contagem dos números de vértices, faces e arestas desses poliedros para que eles possam responder o exercício utilizando esses materiais, esses exercícios tem o objetivo de fazer com que os alunos verifiquem as quantidades de vértices, faces e arestas presentes nos poliedros e associar ao gráfico.

Figura 14 – Exercício 12

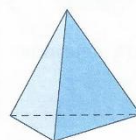
12. Observe.



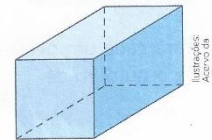
pirâmide de base hexagonal



prisma de base triangular



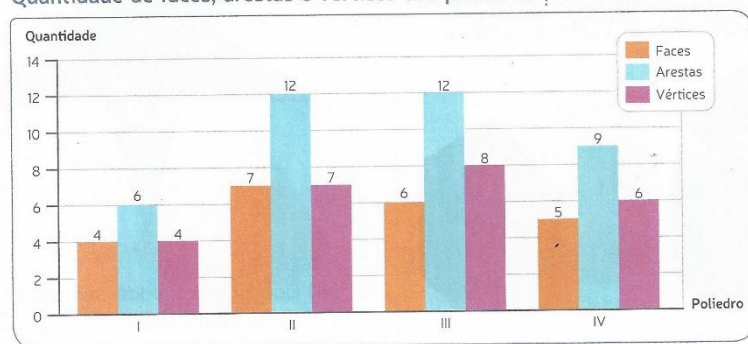
tetraedro



paralelepípedo

De acordo com a quantidade de faces, arestas e vértices indicados no gráfico a seguir, escreva o nome do poliedro que cada símbolo romano representa. I: tetraedro; II: pirâmide de base hexagonal; III: paralelepípedo; IV: prisma de base triangular

Quantidade de faces, arestas e vértices dos poliedros



Fonte: Formas geométricas espaciais.

Fonte: (SOUZA e PATARO, 2015, p. 76)

5ª Etapa: (Uma aula). Ainda com os alunos divididos em seis grupos, na última etapa iremos mediar os alunos na aprendizagem da relação de *Euler*, para isso utilizaremos um prisma reto de base triangular, um prisma reto de base hexagonal, uma pirâmide reta de base quadrada e uma pirâmide reta de base hexagonal dos kits de sólidos geométricos confeccionados com canudos para os alunos poderem visualizar e contar os números de vértices, faces e arestas desses poliedros e registrar os dados obtidos em seu caderno.


Em seguida pediremos para os alunos somar os números vértices com os números de faces de cada um dos poliedros e comparar com as quantidades de arestas presentes nesses poliedros. Iremos pedir que os alunos observem os resultados dos cálculos realizados por eles e refletirem sobre esses resultados. Dando continuidade pediremos que os alunos socializem com toda turma as suas conclusões obtidas na realização dos cálculos realizados por eles. Nessa fase objetivamos que eles observarem a existência de uma regularidade entre os cálculos realizados, que para que os números de arestas sejam igual à soma dos números de vértices com os números de faces é necessário somar com o número dois, após isso os alunos irão verificar que a relação de *Euler* é formada por: $V + F = A + 2$, onde V corresponde ao número de vértices, F é o número de faces e A é o número de arestas.


Encerramos consolidando os conhecimentos construídos no decorrer dessa sequência didática com a realização de exercício presente no livro didático (Figura 15) que possibilitam os alunos contarem e refletirem sobre as quantidades dos números de elementos (vértices, faces e arestas) dos poliedros através da visualização de figuras de Poliedros abordados no livro. Para auxiliar na visualização dos alunos nessa atividade, iremos disponibilizar uma pirâmide de base hexagonal, um prisma de base octogonal, uma pirâmide de base pentagonal e um prisma de base eneagonal dos seis kits de poliedros confeccionados com canudos, para que eles possam visualizar os vértices, faces e arestas desses Poliedros e responder o exercício proposto em seu caderno.


Ao responder esse exercício os alunos irão usar alguns conhecimentos construídos no decorrer da sequência didática, além dos alunos visualizarem os Poliedros para poder responder esse exercício proposto iremos mediar os alunos para eles chegarem à resposta de outra maneira, utilizando a da relação de *Euler*.


Figura 15 – Exercício 14


Atividades Anote no caderno

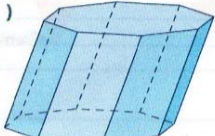
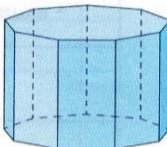
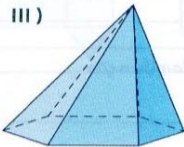
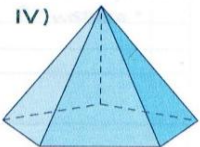
14. Determine o número correspondente a cada  nos itens a seguir. Depois, associe cada item a um poliedro, escrevendo a letra e o símbolo romano correspondentes. a-III; b-I; c-IV; d-II

a) Uma pirâmide de base hexagonal tem ⁷  vértices, 12 arestas e 7 faces.

b) Um prisma de base octogonal tem 16 vértices, 24 arestas e ¹⁰  faces.

c) Uma pirâmide de base pentagonal tem 6 vértices, ¹⁰  arestas e 6 faces.

d) Um prisma de base eneagonal tem 18 vértices, 27 arestas e ¹¹  faces.

I)  II)  III)  IV) 

Fonte: (SOUZA e PATARO, 2015, p. 78)

Avaliação: A avaliação será contínua, na medida em que cada etapa da sequência didática será verificado o envolvimento e o desempenho dos alunos na identificação dos elementos presentes nos Poliedros (vértices, faces, arestas e polígonos que constituem as faces de cada Poliedro), a capacidade de associar as características de cada Poliedro com o Poliedro correspondente e com objetos e embalagens presentes em seu cotidiano, a identificação das faces, vértices, arestas, e os polígonos que constituem a faces na planificação do Poliedro, a capacidade de obter as relações existentes entre os números faces, vértices e arestas de um Poliedro por meio da relação de *Euler*.

REFERÊNCIAS

BARATOJO, José Teixeira de. **Dicionário de matemática para o 1º grau**. 1. ed. Porto Alegre: Sagra DC Luzzatto, 1994.

KALEFF, Ana. Maria; REI, Dulce. Monteiro. **Varetas, canudos, arestas e sólidos geométricos**. Revista do professor de matemática. N° 28, 1995.

SOUZA, Joamir Roberto; PATARO, Patrícia Rosana Moreno. **Vontade de saber matemática**. 7º ano.3 ed. São Paulo: FTD, 2015.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Essa pesquisa buscou apresentar uma proposta de sequência didática que utiliza poliedros confeccionados com canudos e embalagens nos formatos de prismas e pirâmides na construção do conceito de Poliedro, em consonância com as abordagens expostas no livro didático. Essa proposta de intervenção possibilitará que o docente articule as abordagens do conteúdo de Poliedros presentes no livro didático com a manipulação e visualização dos materiais concretos.

Com base nas orientações contidas nos Referenciais Curriculares do Ensino Fundamental do Estado da Paraíba – RCEF–PB (GOVERNO DO ESTADO DA PARAÍBA, 2010) e Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1998), verificamos as propostas para o ensino de Geometria e tentamos seguir no processo de ensino e aprendizagem durante as etapas da sequência didática. Realizamos uma análise acerca do conteúdo de Poliedros no livro didático de Souza e Pataro (2015) do 7º ano do Ensino Fundamental, com propósito de verificar quais materiais concretos eram mais coerentes a serem utilizados ao lecionar os conteúdos de Prismas e Pirâmides a partir das abordagens do livro didático, para que pudessemos construir uma sequência didática que complementasse a abordagem desse livro.

Através dos estudos realizados nos documentos, pesquisas acerca do ensino de Geometria, em conjunto com as análises realizadas no livro didático, buscamos construir uma sequência didática que contemplasse o conteúdo de Poliedros utilizando recursos acessíveis para serem usados em sala de aula, com base nisso decidimos utilizar Poliedros confeccionados com canudos e embalagens nos formatos de prismas e pirâmides para os estudos dos conteúdos abordados, pois os canudos e o barbante são materiais de baixo custo, e as embalagens podem ser encontradas no cotidiano dos alunos. Ao inserir esses materiais em consonância com as abordagens presentes no livro didático pretendemos tornar possível uma prática pedagógica que propicie aos alunos construir os seus próprios conhecimentos, por meio da manipulação e visualização dos materiais concretos; além disso, utilizando esses materiais podemos proporcionar uma maior interação e participação dos alunos durante as aulas.

A proposta dessa sequência didática aqui apresentada é uma sugestão de trabalhar um conteúdo de Geometria utilizando materiais manipulativos levando em consideração as abordagens presentes no livro didático, as orientações presentes nos documentos oficiais e pesquisas realizadas na área de Educação Matemática, com intuito de possibilitar a visualização e a construção dos conceitos geométricos. Dessa forma, com esse trabalho aqui

exposto pretendemos possibilitar com que o professor perceba que ele pode tornar as aulas de Geometria mais atrativas, complementando as abordagens do livro didático com o uso de materiais concretos, na medida em que os materiais manipulativos no ensino de Geometria auxiliam os alunos na compreensão e identificação dos conceitos geométricos.

REFERÊNCIAS

ALVES, Antonio Mauricio Medeiros. Um estudo sobre as influências da matemática moderna na produção de livros didáticos para o ensino primário gaúcho (1960-1978). In: 15º Seminário Nacional de História da Ciência e da Tecnologia, 2016, Florianópolis/SC. **Anais...** Florianópolis/SC, 2016.

ANDRADE, Fabiana Chagas de. **Jujubas**: Uma proposta lúdica ao ensino de Geometria Espacial no Ensino Médio. Rio de Janeiro: UFRJ, 2014. Dissertação (Mestrado em Educação) – Centro de Ciências Exatas e Tecnologia, Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro, 2014.

BARATOJO, José Teixeira de. **Dicionário de matemática para o 1º grau**. 1. ed. Porto Alegre: Sagra: DC Luzzatto, 1994.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática – 1º e 2º ciclos**. Brasília: MEC/SEF, 1997.

_____. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática – 3º e 4º ciclos**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

_____. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio**. Brasília: Ministério da Educação, 2000.

_____. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **PCN+ Ensino Médio: Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais**. Ciências da natureza, Matemática e suas tecnologias. Brasília: MEC, 2002

_____. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias**. v. 2. Brasília: MEC/SEB, 2006.

CARVALHO, João Bosco Pitombeira; LIMA, Paulo Figueiredo. **Escolha e uso do livro didático**. In: CARVALHO, João Bosco Pitombeira Fernandes. Matemática. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2010. (Coleção Explorando o Ensino), v. 17, p.15 a 30.

DANTE, Luiz Roberto. **Livro didático de matemática: uso ou abuso?** Em Aberto, Brasília, ano 16, n.69, jan./mar. 1996. p. 83-97. Disponível em: <http://emaberto.inep.gov.br/index.php/emaberto/article/viewFile/1040/942>. Acesso em: 10 mar. 2016.

FAINGUELERNT, Estela Kaufman; NUNES, Katia Regina Ashton. **Matemática: práticas pedagógicas para o ensino médio**. São Paulo: Penso, 2012.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sergio. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Campinas, SP: Autores Associados, 2006. – (Coleção formação de professores).

FRISON, Marli Dallagnol; *et al.* Livro didático como instrumento de apoio para construção de propostas de ensino de ciências naturais. IN: Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências, 2009, Florianópolis /SC. **Anais...** Florianópolis /SC, 2009.

GIL, Antonio Carlos. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6ª. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GOVERNO DO ESTADO DA PARAÍBA. **Referenciais Curriculares do Ensino Fundamental: Matemática, Ciências da Natureza e Diversidade Sociocultural**. Secretaria de Educação Infantil e Fundamental. João Pessoa: SEC/ GRAFSET, 2010.

GONÇALVES, Fernanda Anaia; GOMES, Ligia Baptista; VIDIGAL, Sonia Maria Pereira. Materiais didáticos manipulativos. In: SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez (orgs.). **Materiais manipulativos para o ensino de figuras planas**. 1 ed. São Paulo: Mathema, 2012. (Coleção Mathemoteca), v.4, p.9 a 20.

GUIMARÃES, Bruno Alysson Andrade; SANTOS, Wilson Luiz Souza. A problemática no ensino da geometria. **Revista Maêutica**. Centro Universitário Leonardo da Vinci. Indaiá, SC: UNIASSELVI, vol. 1, n. 1, p. 7-13, Jul. à Dez. 2014.

KALEFF, Ana. Maria; REI, Dulce. Monteiro. Varetas, canudos, arestas e sólidos geométricos. **Revista do professor de matemática**. Nº 28, 1995.

LIMA, Paulo Figueiredo; CARVALHO, João Bosco Pitombeira Fernandes de. Geometria In: CARVALHO, João Bosco Pitombeira de. (Coord.). **Matemática: Ensino Fundamental**. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2010.v. 17. (Coleção Explorando o Ensino)

LORENZATO, Sergio. Por que não ensinar geometria? **A Educação matemática em Revista**. Blumenau /SC. Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM, ano 3, p.3-13, 1º sem.1995.

MATOS, José Manuel; SILVA, Maria Célia Lemes. O Movimento da Matemática Moderna e Diferentes Propostas Curriculares para o Ensino de Geometria no Brasil e em Portugal. **Bolema**, Rio Claro, SP, v. 24, n. 38, p. 171-196, abril, 2011.

MIRANDA, Aécio Oliveira. **Formação de professores para o ensino de geometria em ambientes informatizados**: Possibilidades de um trabalho cooperativo. Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais – PUC-MG, Belo Horizonte/MG, 2008. Dissertação (Mestrado em Educação).

MONTEIRO, Bruna Garcia. **O uso de Material Concreto para melhor visualização dos sólidos geométricos**. Faculdade de Pará de Minas, Pará de Minas/ MG, 2013. Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso).

NACARATO, Adair. Mendes. Eu trabalho primeiro no concreto. **Revista de Educação Matemática**. São Paulo, SBEM, ano 9, nos 9 e 10, p. 1-6, 2005. Disponível em: <<http://www.sbempaulista.org.br/revedmatvol9.pdf>>. Acesso em: 08 fev. 2016.

PAIS, Luiz Carlos. Estratégias de ensino de geometria em livros didáticos de matemática em nível de 5ª a 8ª série do ensino fundamental. In: 29ª Reunião Anual da Apênd, 2006, Caxambu. **Anais...** Rio de Janeiro: Anped, 2006. v. 01. p. 1-15.

PAVANELLO, Regina. Maria. O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e consequência. **Zetetiké**, v.1, n.1, p.7-17, março 1993.

PIRES, Célia Maria Carolino; CURI, Edna; CAMPOS, Tânia Maria Mendonça. (coord.) **Espaço e Forma: a construção de noções geométricas pelas crianças das quatro séries iniciais do Ensino Fundamental**. São Paulo: PROEM, 2000.

RÊGO, Rogéria Gaudencio; RÊGO, Romulo Marinho; VIEIRA, Kleber Mendes. **Laboratório de ensino de geometria**. Campinas, São Paulo: Autores associados, 2012.

RÊGO, Romulo Marinho; RÊGO, Rogéria Gaudencio. Desenvolvimento e uso de materiais didáticos no ensino de matemática. In: LORENZATO, S. **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. São Paulo: Autores Associados, 2006.

SARMENTO, Alan Kardec Carvalho. **A utilização dos materiais manipulativos nas aulas de matemática**. Piauí. 2010. Disponível em: http://www.ufpi.br/subsiteFiles/ppged/arquivos/files/VI.encontro.2010/GT_02_18_2010.pdf. Disponível: em 11 fev. 2017.

SANTOS, Cristiane de Oliveira. **A importância da visualização no ensino da geometria plana e espacial**. Jussara: UEGO, 2009. Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) – Unidade universitária de Jussara, Universidade Estadual de Goiás, 2009.

SILVA, Anabela; MARTINS, Suzana. Falar de Matemática hoje é **Millenium** – Revista do ISPV: Instituto Superior Politécnico de Viseu, sem, n. 20, out de 2000.

SILVA, Marcelo Ataide; SILVA, Jonson Ney Dias. Movimento modernizador da matemática secundária nos livros didáticos de Stávele e Sargiorgi. In: V Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 2012, Petrópolis/RJ. **Anais...** Petrópolis/ RJ, 2002.

SOUZA, Joamir Roberto; PATARO, Patrícia Rosana Moreno. **Vontade de saber matemática** 7º ano. 3. ed. São Paulo: FTD, 2015.

TOLEDO, Marília. TOLEDO, Mauro. **Teoria e prática de matemática: como dois e dois: a construção da matemática**. São Paulo: FTD, 2009.

TURÍBIO, Solange Ramos Teixeira. **As mudanças ocorridas no livro didático de matemática e a sua influência na prática pedagógica do professor**. Universidade Federal de Matos Grosso: Rondonópolis / MT, 2015. Dissertação (Mestrado em Educação).